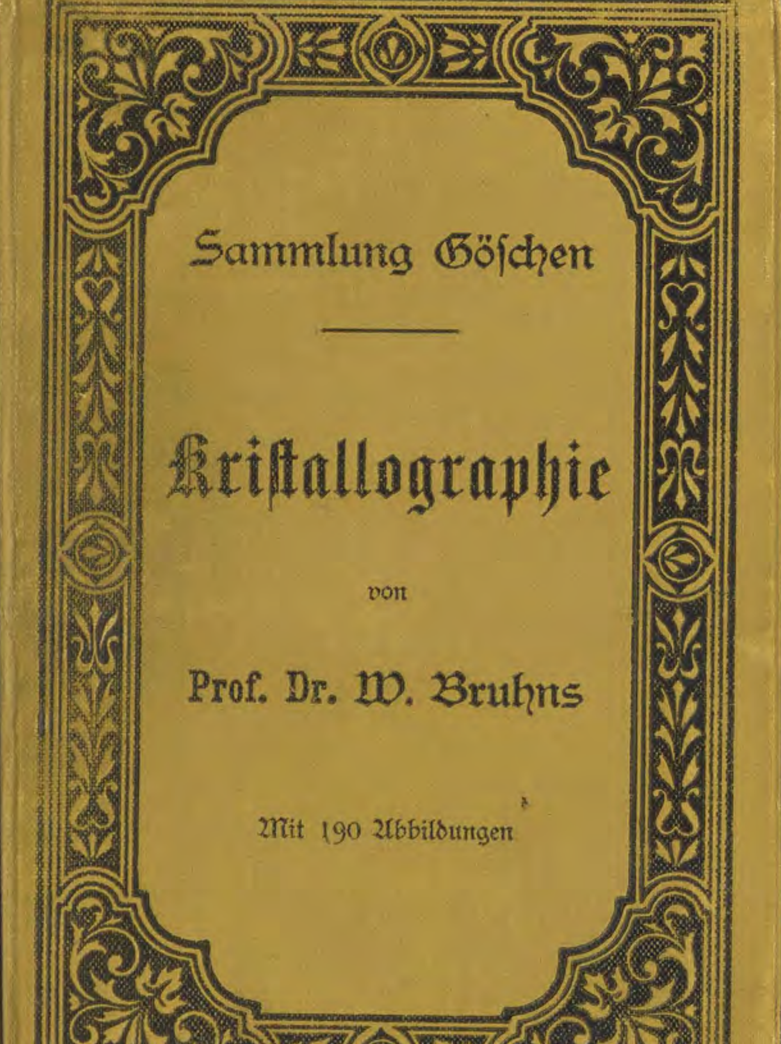

Sammlung Göschen
Kristallographie
von
Prof. Dr. W. Bruhns
Mit 190 Abbildungen



Verzeichnis der bis jetzt erſchienenen Bände.

Akuſtik. Theor[illegible] Me[illegible]nik u. Aku[illegible] Jäger, [illegible]feſſor [illegible] Wien. [illegible]bildg. [illegible]
— [illegible]ſe, v. D[illegible] Karl L. Schäfer, [illegible] der Univerſität Berlin. [illegible]d. Nr. 21.

Algebra. Arithmetik und Algebra von Dr. Herm. Schubert, Profeſſor an der Gelehrtenſchule d. Johanneums in Hamburg. Nr. 47.

Alpen, Die, von Dr. Rob. Sieger, Priv.-Doz. an der Univerſität u. Profeſſor a. d. Exportakademie des k. k. Handelsmuſeums in Wien. Mit 19 Abbild. und 1 Karte. Nr. 129.

Altertümer, Die deutſchen, v. Dr. Franz Fuhſe, Dir. d. ſtädt. Muſeums i. Braunſchweig. Mit 70 Abb. Nr. 124.

Altertumskunde, Griech., v. Prof. Dr. Rich. Maiſch, neu bearbeitet von Rektor Dr. Franz Pohlhammer. Mit 9 Vollbildern. Nr. 16.

— **Römiſche,** von Dr. Leo Bloch, Dozent an der Univerſität Zürich. Mit 8 Vollb. Nr. 45.

Analyſe, Techn.-Chem., von Dr. G. Lunge, Prof. a. d. Eidgen. Polytechn. Schule i. Zürich. Mit 16 Abb. Nr. 195.

Analyſis, Höhere, I: Differentialrechnung. Von Dr. Frdr. Junker, Prof. am Realgymn. u. an der Realanſtalt in Ulm. Mit 68 Fig. Nr. 87.

— — — Repetitorium und Aufgabenſammlung z. Differentialrechnung v. Dr. Friedr. Junker, Prof. am Realgymnaſium und an der Realanſtalt in Ulm. Mit 42 Fig. Nr. 146.

— — **II:** Integralrechnung. Von Dr. Friedr. Junker, Prof. a. Realgymnaſium und an der Realanſtalt in Ulm. Mit 89 Fig. Nr. 88.

— — — Repetitorium und Aufgabenſammlung zur Integralrechnung von Dr. Friedr. Junker, Prof. am Realgymnaſium und an der Realanſtalt in Ulm. Mit 50 Fig. Nr. 147.

— **Niedere,** von Prof. Dr. Benedikt Sporer in Ehingen. Mit 5 Fig. Nr. 53.

Arithmetik und Algebra von Dr. Herm. Schubert, Profeſſor an der Gelehrtenſchule des Johanneums in Hamburg. Nr. 47.

— — Beiſpielſammlung zur Arithmetik und Algebra. 2765 Aufgaben, ſyſtematiſch geordnet, von Dr. Hermann Schubert, Profeſſor an der Gelehrtenſchule des Johanneums in Hamburg. Nr. 48.

Aſtronomie. Größe, Bewegung und Entfernung der Himmelskörper von A. F. Möbius, neubearb. v. Dr. W. F. Wislicenus, Profeſſor a. d. Univerſität Straßburg. Mit 36 Abbild. und einer Sternkarte. Nr. 11.

Aſtrophyſik. Die Beſchaffenheit der Himmelskörper von Dr. Walter F. Wislicenus, Prof. an der Univerſität Straßburg. Mit 11 Abbild. Nr. 91.

Aufſatzentwürfe von Oberſtudienrat Dr. L. W. Str[illegible], Rektor des Eberhard-Ludwi[illegible]-Gymnaſiums in Stuttgart. Nr. [illegible]

Baukunſt, Die, des Abendlandes von Dr. K. Schäfer, Aſſiſtent am Gewerbemuſeum in Bremen. Mit 22 Abbild. Nr. 74.

Bewegungsſpiele von Dr. E. Kohlrauſch, Profeſſor am Kgl. Kaiſer-Wilhelms-Gymnaſium zu Hannover. Mit 14 Abbild. Nr. 96.

Biologie der Pflanzen von Dr. W. Migula, Prof. a. d. Techn. Hochſchule Karlsruhe. Mit 50 Abbild. Nr. 127.

Biologie der Tiere I: Entſtehung u. Weiterbild. d. Tierwelt, Beziehungen zur organiſchen Natur v. Dr. Heinr. Simroth, Profeſſor a. d. Univerſität Leipzig. Mit 33 Abbild. Nr. 131.

— **II:** Beziehungen der Tiere zur organiſchen Natur von Dr. Heinrich Simroth, Profeſſor an der Univerſität Leipzig. Mit 35 Abbild. Nr. 132.

Brant. Hans Sachs und Johann Fiſchart nebſt einem Anhang: Brant und Hutten. Ausgew. u. erläut. von Prof. Dr. Jul. Sahr. Nr. 24.

Buchführung. Lehrgang der einfachen u. dopp. Buchhaltung von Rob. Stern, Oberlehrer der Öff. Handelslehranst. u. Doz. d. Handelshochschule z. Leipzig. Mit vielen Formularen. Nr. 115.

Buddha von Professor Dr. Edmund Hardy in Bonn. Nr. 174.

— s. auch: Religionsgeschichte, Indische.

Burgenkunde, Abriß der, von Hofrat Dr. Otto Piper in München. Mit 30 Abbild. Nr. 119.

Chemie, Allgemeine und physikalische, von Dr. Max Rudolphi, Doz. a. d. Techn. Hochschule in Darmstadt. Mit 22 Figuren. Nr. 71.

— **Anorganische,** von Dr. Jos. Klein in Waldhof. Nr. 37.

— **Organische,** von Dr. Jos. Klein in Waldhof. Nr. 38.

— **der Kohlenstoffverbindungen** von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chem. Laboratorium der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I. II: Aliphatische Verbindungen. 2 Teile. Nr. 191. 192.

Chemisch-Technische Analyse von Dr. G. Lunge, Professor an der Eidgenöss. Polytechn. Schule in Zürich. Mit 16 Abbild. Nr. 195.

Cid, Der. Geschichte des Don Ruy Diaz, Grafen von Bivar. Von J. G. Herder. Hrsg. und erläutert von Prof. Dr. E. Naumann in Berlin. Nr. 36.

Dampfkessel, Die. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium u. d. praktischen Gebrauch von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. Mit 67 Figuren. Nr. 9.

Dampfmaschine, Die. Kurzgefaßtes Lehrbuch m. Beispielen für das Selbststudium und den prakt. Gebrauch von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. Mit 48 Figuren. Nr. 8.

Dichtungen a. mittelhochdeutscher Frühzeit. In Auswahl m. Einltg. u. Wörterb. herausgegeb. v. Dr. Herm. Jantzen in Breslau. Nr. 137.

Dietrichepen. Kudrun u. Dietrichepen. Mit Einleitung und Wörterbuch von Dr. O. L. Jiriczek, Professor an der Universität Münster. Nr. 10.

Differentialrechnung von Dr. Frdr. Junker, Prof. am Realgymn. u. a. d. Realanst. in Ulm. Mit 68 Fig. Nr. 87.

— Repetitorium u. Aufgabensammlung z. Differentialrechnung von Dr. Frdr. Junker, Prof. am Realgymnasium und an der Realanstalt in Ulm. Mit 42 Figuren. Nr. 146.

Eddalieder mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen von Dr. Wilhelm Ranisch, Gymnasial-Oberlehrer in Osnabrück. Nr. 171.

Eisenhüttenkunde von A. Krauß, dipl. Hütteningen. I. Teil: Das Roheisen. Mit 17 Fig. u. 4 Tafeln. Nr. 152.

— II. Teil: Das Schmiedeisen. Mit 25 Figuren und 5 Tafeln. Nr. 153.

Elektrizität. Theoret. Physik III. Teil: Elektrizität u. Magnetismus. Von Dr. Gust. Jäger, Professor a. d. Univers. Wien. Mit 33 Abbildgn. Nr. 78.

Elektrotechnik. Einführung in die moderne Gleich- und Wechselstromtechnik von J. Herrmann, Professor der Elektrotechnik an der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I: Die physikalischen Grundlagen. Mit 47 Fig. Nr. 196.

— II: Die Gleichstromtechnik. Mit 74 Figuren. Nr. 197.

— III: Die Wechselstromtechnik. Mit 109 Figuren. Nr. 198.

Erdmagnetismus, Erdstrom, Polarlicht von Dr. A. Nippoldt jr., Mitgl. des Kgl. Preuß. Meteorolog. Inst. zu Potsdam. Mit 14 Abbild. und 3 Tafeln. Nr. 175.

Ethik von Dr. Thomas Achelis in Bremen. Nr. 90.

Europa. Länderkunde von Europa v. Dr. Franz Heiderich, Prof. am Francisco-Josephinum in Mödling. Mit 14 Textkärtchen u. Diagrammen u. ein. Karte der Alpeneinteilung. Nr. 62.

Fernsprechwesen, Das, von Dr. Ludwig Rellstab in Berlin. Mit 47 Figuren und 1 Tafel. Nr. 155.

Filzfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Max Gürtler, Direktor der Königl. Techn. Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

Finanzwissenschaft v. Geh. Reg.-Rat Dr. R. van der Borght in Friedenau-Berlin. Nr. 148.

Fischart, Johann. Hans Sachs u. Joh. Fischart nebst e. Anh.: Brant u. Hutten. Ausgewählt u. erläut. von Professor Dr. Jul. Sahr. Nr. 24.

Fischerei und Fischzucht v. Dr. Karl Eckstein, Prof. an der Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens. Nr. 159.

Formelsammlung, Mathemat., u. Repetitorium d. Mathematik, enth. die wichtigsten Formeln und Lehrsätze d. Arithmetik, Algebra, algebraischen Analysis, ebenen Geometrie, Stereometrie, ebenen u sphärischen Trigonometrie, math Geographie, analyt. Geometrie d. Ebene u. d. Raumes, d. Different. u. Integralrechn. v. O Th. Bürklen, Prof. am kgl. Realgymn. in Schw.-Gmünd. Mit 18 Fig. Nr. 51.
— **Physikalische,** von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Nr. 136.

Forstwissenschaft von Dr. Ad. Schwappach, Professor an der Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens. Nr. 106.

Fremdwort, Das, im Deutschen von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig. Nr. 55.

Gardinenfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Max Gürtler, Direktor der Königl. Technischen Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Figuren. Nr. 185.

Geodäsie von Dr. C. Reinhertz, Professor an der Technischen Hochschule Hannover. Mit 66 Abbild. Nr. 102.

Geographie, Astronomische, von Dr. Siegm. Günther, Professor a. d. Technischen Hochschule in München. Mit 52 Abbildungen. Nr. 92.
— **Physische,** von Dr. Siegm. Günther, Professor an der Königl. Technischen Hochschule in München. Mit 32 Abbildungen. Nr. 26.
— siehe auch: Landeskunde. — Länderkunde.

Geologie v. Professor Dr. Eberh. Fraas in Stuttgart. Mit 16 Abbild. und 4 Tafeln mit über 50 Figuren. Nr. 13.

Geometrie, Analytische, der Ebene v. Professor Dr. M. Simon in Straßburg. Mit 57 Figuren. Nr. 65.
— **Analytische, des Raumes** von Prof. Dr. M. Simon in Straßburg. Mit 28 Abbildungen. Nr. 89.
— **Darstellende,** v. Dr. Rob. Haußner, Prof. a. d. Techn. Hochschule Karlsruhe. I. Mit 100 Figuren. Nr. 142.
— **Ebene,** von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Mit 111 zweifarb. Fig. Nr. 41.
— **Projektive,** in synthet. Behandlung von Dr. Karl Doehlemann, Prof. an der Universität München. Mit 85 zum Teil zweifarb. Figuren. Nr. 72.

Geschichte, Bayerische, von Dr. Hans Ockel in Augsburg. Nr. 160.
— **des Byzantinischen Reiches** von Dr. K. Roth in Kempten. Nr. 190.
— **Deutsche, im Mittelalter** (bis 1500) von Dr. F. Kurze, Oberl. am Kgl. Luisengymn. in Berlin. Nr. 33.
— **Französische,** von Dr. R. Sternfeld, Prof. a. d. Univers. Berlin. Nr. 85.
— **Griechische,** von Dr. Heinrich Swoboda, Professor an der deutschen Universität Prag. Nr. 49.
— **des alten Morgenlandes** von Dr. Fr. Hommel, Professor an der Universität München. Mit 6 Bildern und 1 Karte. Nr. 43.

Geschichte, Österreichische, I: Von der Urzeit bis 1526 von Hofrat Dr. Franz von Krones, Professor an der Universität Graz. Nr. 104.
— — II: Von 1526 bis zur Gegenwart von Hofrat Dr. Franz von Krones, Prof. an der Univ. Graz. Nr. 105.
— **Römische,** neubearb. von Realgymnasialdirektor Dr. Julius Koch. Nr. 19.
— **Russische,** von Dr. Wilhelm Reeb, Oberlehrer am Ostergymnasium in Mainz. Nr. 4.
— **Sächsische,** von Prof. Otto Kaemmel, Rektor des Nikolaigymnasiums zu Leipzig. Nr. 100.
— **Schweizerische,** von Dr. K. Dändliker, Professor an der Universität Zürich. Nr. 188.
— **der Malerei** siehe: Malerei.
— **der Musik** siehe: Musik.
— **der Pädagogik** siehe: Pädagogik.
— **der deutschen Sprache** siehe: Grammatik, Deutsche.

Gesundheitslehre. Der menschliche Körper, sein Bau und seine Tätigkeiten, von E. Rebmann, Oberrealschuldirektor in Freiburg i. B. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seiler. Mit 47 Abb. u. 1 Taf. Nr. 18.

Gletscherkunde von Dr. Fritz Machacek in Wien. Mit 5 Abbild. im Text und 11 Tafeln. Nr. 154.

Götter- und Heldensage, Griechische und römische, von Dr. Herm. Steuding, Professor am Kgl. Gymnasium in Wurzen. Nr. 27.
— siehe auch: Heldensage. — Mythologie.

Gottfried von Straßburg. Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach u. Gottfried von Straßburg. Auswahl aus dem höf. Epos mit Anmerkungen und Wörterbuch von Dr. K. Marold, Prof. am Kgl. Friedrichskollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.

Grammatik, Deutsche, und kurze Geschichte der deutschen Sprache von Schulrat Professor Dr. O. Lyon in Dresden. Nr. 20.

Grammatik, Griechische, I: Formenlehre von Dr. Hans Meltzer, Prof. an der Klosterschule zu Maulbronn. Nr. 117.
— — II: Bedeutungslehre und Syntax von Dr. Hans Meltzer, Professor an der Klosterschule zu Maulbronn. Nr. 118.
— **Lateinische.** Grundriß der lateinischen Sprachlehre von Professor Dr. W. Votsch in Magdeburg. Nr. 82.
— **Mittelhochdeutsche.** Der Nibelunge Nôt in Auswahl und mittelhochdeutsche Grammatik mit kurzem Wörterbuch von Dr. W. Golther, Professor an der Universität Rostock. Nr. 1.
— **Russische,** von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Prag. Nr. 66.
— — siehe auch: Russisches Gesprächsbuch, — Lesebuch.

Handelskorrespondenz, Deutsche, von Prof. Th. de Beaux, Oberlehrer an der Öffentlichen Handelslehranstalt und Lektor an der Handelshochschule zu Leipzig. Nr. 182.
— **Französische,** von Professor Th. de Beaux, Oberlehrer an der Öffentlichen Handelslehranstalt und Lektor an der Handelshochschule zu Leipzig. Nr. 183.

Harmonielehre von A. Halm. Mit vielen Notenbeilagen. Nr. 120.

Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach und Gottfried von Straßburg. Auswahl aus dem höfischen Epos mit Anmerkungen und Wörterbuch von Dr. K. Marold, Professor am Königlichen Friedrichskollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.

Hauptliteraturen, Die, d. Orients von Dr. M. Haberlandt, Privatdozent an der Universität Wien. I. II. Nr. 162. 163.

Heldensage, Die deutsche, von Dr. Otto Luitpold Jiriczek, Prof. an der Universität Münster. Nr. 32.
— siehe auch: Götter- und Heldensage. — Mythologie.

Herder, Der Cid. Geschichte des Don Ruy Diaz, Grafen von Bivar. Herausgegeben und erläutert von Professor Dr. Ernst Naumann in Berlin. Nr. 36.

Hutten. Hans Sachs und Johann Fischart nebst einem Anhang: Brant und Hutten. Ausgewählt u. erläut. von Prof. Dr. Jul. Sahr. Nr. 24.

Integralrechnung von Dr. Friedr. Junker, Professor am Realgymn. und an der Realanstalt in Ulm. Mit 89 Figuren. Nr. 88.
— Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung von Dr. Friedrich Junker, Professor am Realgymn. und an der Realanstalt in Ulm. Mit 50 Figuren. Nr. 147.

Kartenkunde, geschichtlich dargestellt von E. Gelcich, Direktor der k. k. Nautischen Schule in Lussinpiccolo und F. Sauter, Professor am Realgymnasium in Ulm, neu bearbeitet von Dr. Paul Dinse, Assistent der Gesellschaft für Erdkunde in Berlin. Mit 70 Abbildungen. Nr. 30.

Kirchenlied. Martin Luther, Thom. Murner, und das Kirchenlied des 16. Jahrhunderts. Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Professor G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnasium zu Leipzig. Nr. 7.

Klimalehre von Professor Dr. W. Köppen, Meteorologe der Seewarte Hamburg. Mit 7 Tafeln und 2 Figuren. Nr. 114.

Kolonialgeschichte von Dr. Dietrich Schäfer, Professor der Geschichte an der Universität Berlin. Nr. 156.

Kompositionslehre. Musikalische Formenlehre von Stephan Krehl. I. II. Mit vielen Notenbeispielen. Nr. 149. 150.

Körper, der menschliche, sein Bau und seine Tätigkeiten, von E. Rebmann, Oberrealschuldirektor in Freiburg i. B. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seiler. Mit 47 Abbildungen und 1 Tafel. Nr. 18.

Kudrun und Dietrichepen. Mit Einleitung und Wörterbuch von Dr. O. L. Jiriczek, Professor an der Universität Münster. Nr. 10.
— — siehe auch: Leben, Deutsches, im 12. Jahrhundert.

Kultur, Die, der Renaissance. Gesittung, Forschung, Dichtung von Dr. Robert F. Arnold, Privatdozent an der Universität Wien. Nr. 189.

Kulturgeschichte, Deutsche, von Dr. Reinh. Günther. Nr. 56.

Künste, Die graphischen, von Carl Kampmann, Fachlehrer a. d. k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit 3 Beilagen und 40 Abbildungen. Nr. 75.

Kurzschrift. Lehrbuch der Vereinfachten Deutschen Stenographie (Einigungs-System Stolze-Schrey) nebst Schlüssel, Lesestücken u. einem Anhang von Dr. Amsel, Oberlehrer des Kadettenhauses in Oranienstein. Nr. 86.

Länderkunde von Europa von Dr. Franz Heiderich, Professor am Francisco-Josephinum in Mödling. Mit 14 Textkärtchen und Diagrammen und einer Karte der Alpeneinteilung. Nr. 62.

Länderkunde der außereuropäischen Erdteile von Dr. Franz Heiderich, Professor am Francisco-Josephinum in Mödling. Mit 11 Textkärtchen und Profilen. Nr. 63.

Landeskunde des Königreichs Württemberg von Dr. Kurt Hassert, Professor der Geographie an der Handelshochschule in Köln. Mit 16 Vollbildern und 1 Karte. Nr. 157.

Sammlung Göschen Je in elegantem Leinwandband 80 Pf.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Leben, Deutsches, im 12. Jahrhundert. Kulturhistorische Erläuterungen zum Nibelungenlied und zur Kudrun. Von Professor Dr. Jul. Dieffenbacher in Freiburg i. B. Mit 1 Tafel und 30 Abbildungen. Nr. 93.

Lessings Emilia Galotti. Mit Einleitung und Anmerkungen von Oberlehrer Dr. Votsch. Nr. 2.

— **Fabeln,** nebst Abhandlungen mit dieser Dichtungsart verwandten Inhalts. Mit Einleitung von Karl Goedeke. Nr 3.

— **Minna v. Barnhelm.** Mit Anm. von Dr. Tomaschek. Nr. 5.

— **Nathan der Weise.** Mit Anmerkungen von den Professoren Denzel und Kraz. Nr. 6.

Licht. Theoretische Physik II. Teil: Licht und Wärme. Von Dr. Gust. Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 47 Abbildungen. Nr. 77.

Literatur, Althochdeutsche, mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen von Th. Schauffler, Professor am Realgymnasium in Ulm. Nr. 28.

Literaturdenkmale des 14. u. 15. Jahrhunderts. Ausgewählt und erläutert von Dr. Hermann Jantzen in Breslau. Nr. 181.

Literaturen, Die, des Orients. I. Teil: Die Literaturen Ostasiens und Indiens v. Dr. M. Haberlandt, Privatdozent an der Universität Wien. Nr. 162.

— — II. Teil: Die Literaturen der Perser, Semiten und Türken von Dr. M. Haberlandt, Privatdozent an der Universität Wien. Nr. 163.

Literaturgeschichte, Deutsche, von Dr. Max Koch, Professor an der Universität Breslau. Nr. 31.

— **Deutsche, der Klassikerzeit** von Carl Weitbrecht, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart. Nr. 161.

Literaturgeschichte, Deutsche, des 19. Jahrhunderts von Carl Weitbrecht, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart. I. II. Nr. 134. 135.

— **Englische,** von Dr. Karl Weiser in Wien. Nr. 69.

— **Griechische,** mit Berücksichtigung der Geschichte der Wissenschaften von Dr. Alfred Gercke, Professor an der Universität Greifswald Nr. 70.

— **Italienische,** von Dr. Karl Voßler, Professor a. d. Universität Heidelberg. Nr. 125.

— **Römische,** von Dr. Hermann Joachim in Hamburg. Nr. 52.

— **Russische,** von Dr. Georg Polonskij in München. Nr. 166.

— **Spanische,** von Dr. Rudolf Beer in Wien. I. II. Nr. 167. 168.

Logarithmen. Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt von Dr. Hermann Schubert, Professor an der Gelehrtenschule d. Johanneums in Hamburg. Nr. 81.

Logik. Psychologie und Logik zur Einführung in die Philosophie von Dr. Th. Elsenhans. Mit 13 Figuren. Nr. 14.

Luther, Martin, Thom. Murner und das Kirchenlied des 16. Jahrhunderts. Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnasium zu Leipzig. Nr. 7.

Magnetismus. Theoretische Physik III. Teil: Elektrizität und Magnetismus. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 33 Abbild. Nr. 78.

Malerei, Geschichte der, I. II. III. IV. V. von Dr. Rich. Muther, Professor an der Universität Breslau. Nr. 107–111.

Fortsetzung auf der 8. Vorsatzseite!

Sammlung Göschen

Kristallographie

Von

Dr. W. Bruhns
a. o. Professor an der Universität Straßburg i. E.

Mit 190 Abbildungen

Leipzig
G. J. Göschen'sche Verlagshandlung
1904

Wien. .

Literatur,
Grammatik,
läuterungen .
Professor am .
Ulm. Nr. 28.

Literaturdenkmale d
Jahrhunderts. Au.
erläutert von Dr. Herm.
in Breslau. Nr. 181.

Literaturen, Die, des O
I. Teil: Die Literaturen Ost.
und Indiens v. Dr. M. Haberla.
Privatdozent an der Universit.
Wien. Nr. 162.
— — II. Teil: Die Literaturen der
Perser, Semiten und Türken v.
Dr. M. Haberlandt, Privatdo.
der Universität Wien.

Literaturgeschicht
Dr. Max
Univer

Spamersche Buchdruckerei, Leipzig.

Inhalt.

Seite

Seite

Vorbemerkung.

Wesen und Aufgabe der Kristallographie. Schon von alters her sind die schönen, ebenflächig begrenzten Mineralindividuen, die sog. Kristalle, Gegenstand der Bewunderung und des Studiums gewesen. Bald fand man auch, daß gewisse Salze, wie Alaun oder dergl., sich aus ihrer Auflösung in Wasser in Form von Kristallen abscheiden, und heute wissen wir, daß fast alle in der Natur vorkommenden oder künstlich dargestellten chemischen Verbindungen die Neigung besitzen, in ebenflächig begrenzten Formen aufzutreten, Kristalle zu bilden. Das genauere Studium der Kristalle hat dann gelehrt, daß in der Kristallwelt gewisse Gesetzmäßigkeiten herrschen, und so hat sich allmählich eine besondere Wissenschaft herausgebildet — die Kristallographie —, welche diese Gesetzmäßigkeiten zu ergründen sucht. Man unterscheidet als geometrische Kristallographie die Lehre von den geometrischen Eigenschaften der Kristalle, als physikalische Kristallographie die von dem Zusammenhang der geometrischen Eigenschaften mit den physikalischen, und als chemische Kristallographie die von dem Zusammenhang der geometrischen mit den chemischen Eigenschaften. Der letztere Teil ist noch wenig ausgebaut, es haben sich bisher nur wenige allgemeingültige Gesetze dafür feststellen lassen, während die beiden anderen eine ausführliche und erfolgreiche Durcharbeitung erfahren haben.

Literatur. Da die Kristallographie eine wichtige Hilfswissenschaft der Mineralogie ist, findet sich eine mehr oder weniger ausführliche Darstellung derselben in den

meisten Lehrbüchern der Mineralogie. Als besonders empfehlenswert für unseren Zweck nenne ich:

Naumann-Zirkel, Elemente der Mineralogie. 14. Auflage. Leipzig 1901. (807 S.)

Klockmann, F., Lehrbuch der Mineralogie. 3. Auflage. Stuttgart 1903. (588 S.)

Größere Lehrbücher der Kristallographie, welche die hier im Auszuge dargestellten Verhältnisse ausführlicher behandeln, gibt es eine ziemliche Anzahl. Von den neueren seien aufgeführt:

Groth, P., Physikalische Kristallographie. 3. Auflage. Leipzig 1895. (783 S.)

Liebisch, Th., Grundriß der physikalischen Kristallographie. Leipzig 1896. (506 S.)

Bruhns, W., Elemente der Kristallographie. Leipzig und Wien 1902. (211 S.)

An letzteres lehnt sich die vorliegende Darstellung naturgemäß am meisten an.

Allgemeiner Teil.

Definition des Begriffes „Kristall". Mit der allmählichen Erweiterung unserer Kenntnisse vom Wesen der Kristalle hat sich natürlich auch der Begriff dessen, was man Kristall nennt, etwas verändert. Während man früher das Hauptgewicht auf die zunächst ins Auge fallende äußere ebenflächige Begrenzung legte, hat man später, als man erkannte, daß die kristallisierte Substanz als solche im Gegensatz zu der sogenannten amorphen durch besonderes physikalisches Verhalten sich auszeichnet, dieses als Hauptkriterium des Begriffes Kristall angesehen, und so kommt es, daß in den verschiedenen Lehrbüchern die Definitionen desselben verschieden lauten, je nachdem der Verfasser mehr Gewicht auf äußere Form oder inneres Verhalten legt.

Die amorphen Körper verhalten sich in allen Richtungen gleich. So ist z. B. die Festigkeit, ebenso wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in allen Richtungen dieselbe, und die Schnelligkeit des Wachstums läßt in verschiedenen Richtungen keinerlei Unterschied erkennen. Aus dieser letzteren Eigenschaft ergibt sich, daß ein amorpher Körper bei gleicher Stoffzufuhr nach allen Richtungen gleichmäßig wächst und demnach von sich aus niemals eine bestimmte Gestalt annimmt, sondern eine Begrenzung bei andauernder Stoffzufuhr nur durch benachbarte Körper findet. Daher kommt der Name amorph (griech. = gestaltlos). Beispiele amorpher fester Substanzen, deren es nicht sehr viele gibt, sind Glas und Gelatine.

Die kristallinischen Substanzen dagegen zeigen die Eigentümlichkeit, daß sie sich nach verschiedenen Richtungen verschieden verhalten. So ist z. B. ihre Kohäsion in verschiedenen Richtungen verschieden und daher kommt es, daß viele eine sehr ausgeprägte Spaltbarkeit zeigen: es gibt gewisse Richtungen, in denen die Kohäsion sehr viel geringer ist als in anderen, und in diesen läßt sich der Körper sehr leicht spalten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist in verschiedenen Richtungen bei dem größten Teil der kristallisierten Körper verschieden. Insbesondere aber besitzen sie die Fähigkeit, bei gleicher Stoffzufuhr in verschiedenen Richtungen verschieden schnell zu wachsen. Das ist der Grund, weshalb kristalline Substanzen bei ungehinderter Entwickelung von sich aus ganz bestimmte Formen annehmen, und da sie sich in gleichgerichteten parallelen Richtungen gleich verhalten, sind diese Formen von ebenen Flächen begrenzt. Wir definieren demnach einen „Kristall" als einen von natürlichen ebenen Flächen begrenzten Körper, dessen Form mit seinen physikalischen Eigenschaften in gesetzmäßigem Zusammenhang steht.

Bildung und Ausbildung der Kristalle. Kristalle bilden sich im allgemeinen, wenn eine Substanz aus dem gasförmigen oder flüssigen Zustand in den festen übergeht. Wenn Wasserdampf durch Temperaturerniedrigung fest wird, so entstehen Schneekristalle; aus einer wässerigen Lösung von Alaun scheidet sich derselbe beim Verdunsten des Wassers in Form von Kristallen aus. Wenn Wasser unter den Gefrierpunkt abgekühlt wird, so erstarrt es zu einer festen kristallinischen Masse, dem Eis, und analog verhalten sich andere Substanzen, deren Schmelzpunkt höher liegt als 0°. Läßt man z. B. geschmolzenes Wismut erstarren, so erhält man einen Metallkuchen, der sein kristallines Ge-

füge durch den (infolge der ausgezeichneten Spaltbarkeit) blätterigen Bruch verrät, und wenn man, ehe die ganze Masse fest geworden ist, den noch flüssigen Teil abgießt, so stellt sich das verfestigte Metall in Form schöner würfelähnlicher Kristalle dar. Auch bei chemischen Reaktionen bilden sich Kristalle: so erhält man z. B., wenn man zu einer Chlorkalziumlösung eine solche von schwefelsaurem Magnesium hinzusetzt, wasserhaltiges schwefelsaures Kalzium in Form kleiner, aber wohlausgebildeter Gipskristalle.

Die ebenflächig begrenzte Form zeigen die Kristalle gewöhnlich schon im ersten Augenblick, in dem wir sie wahrnehmen können. Sie pflegen dann, wenn die Stoffzufuhr nicht unterbrochen wird, sich zu vergrößern, zu wachsen. Wenn die Kristalle „schwebend“ gebildet sind, d. h. in der Lösung oder der Schmelze schwimmen, so werden sie nach allen Richtungen ungehindert wachsen und erscheinen dann ringsum von den ihnen eigentümlichen ebenen Flächen begrenzt. Gewöhnlich sind sie aber „sitzend“ gebildet, d. h. sie liegen oder sitzen auf irgend einer Unterlage auf, und dann sind nur an dem freien Ende Kristallflächen zur Entwickelung gekommen, während an der Seite, an welcher die Unterlage oder ein benachbarter Kristall das Wachstum hemmte, die Form der begrenzenden Fläche sich nach der Form der Unterlage oder des Nachbars richtet. Hatten letztere ebene Flächen, so können dadurch am Kristall sogenannte unechte Flächen entstehen, welche zwar eben sind, aber mit seinen eigentlichen echten Kristallflächen in keiner gesetzmäßigen Beziehung stehen.

Die echten, natürlichen, einer Substanz eigentümlichen Kristallflächen zeichnen sich vor Spaltflächen, unechten und etwa künstlich angeschliffenen Flächen, abgesehen von der kristallographischen Orientierung, gewöhnlich durch ihre

charakteristische Oberflächenbeschaffenheit, Glanz, Streifung und dergleichen aus[1]).

Das Wachstum der Kristalle erfolgt, indem sich auf die vorhandenen Flächen immer neue Schichten von Kristallsubstanz gleichförmig auflagern. Wenn die Stoffzufuhr von allen Richtungen gleich ist, geht die Vergrößerung in kristallographisch gleichwertigen Richtungen in gleicher Weise vor sich und die Kristalle erscheinen ebenmäßig ausgebildet, d. h. alle Flächen, welche kristallographisch zusammengehören, haben gleichen Abstand vom Mittelpunkt (gleiche Zentraldistanz) (vgl. Fig. 1). Ist die Stoffzufuhr aber infolge irgend welcher Störungen (z. B. Strömungs-

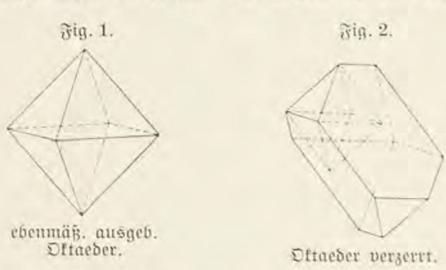


Fig. 1. ebenmäß. ausgeb. Oktaeder.

Fig. 2. Oktaeder verzerrt.

verhältnisse in der Lösung oder dgl.) nicht von allen Seiten die gleiche, so entstehen sogenannte *verzerrte* Formen, d. h. solche, bei denen zusammengehörige Kristallflächen verschiedene Zentraldistanz haben (vgl. Fig. 2). Der letztere Fall ist in der Natur der häufigere, und auch künstlich ist eine vollkommen ebenmäßige Ausbildung nur schwierig und unter ganz besonderen Vorsichtsmaßregeln zu erreichen.

---

[1]) An Spaltflächen sieht man sehr oft die Spuren des Abblätterns; künstlich angeschliffene Flächen sind meist etwas gekrümmt, was man leicht erkennt, wenn man einen geradlinig begrenzten Gegenstand (z. B. ein Fensterkreuz) darin spiegeln läßt.

Infolge der „Verzerrung“ kann es vorkommen, daß einzelne Flächen sehr klein werden, ja daß die eine oder die andere an einem Individuum gänzlich fehlt. Dieses zufällige und keiner Regel unterworfene Ausfallen einzelner Flächen ist nicht zu verwechseln mit der gesetzmäßigen Verringerung der Flächenzahl durch Hemiedrie, Hemimorphie usw., von der später noch die Rede sein wird.

Unvollkommenheiten in der Kristallentwickelung sind nicht selten, besonders wenn die Kristalle sich sehr rasch bilden. Das Wachstum schreitet dann in gewissen Richtungen sehr viel rascher fort, als in anderen, und so entstehen z. B. beim Steinsalz Kristalle (Würfel) mit vertieften Flächen oder sogenannte „Kristallskelette“ oder „gestrickte“ Formen. Es erscheinen dann stern-, netz- oder gitterartige Gebilde, welche aus kleinen Kristallindividuen bestehen, die in der Richtung gewisser Achsen parallel aneinander gelagert sind (z. B. Silberglanz, Magnetit u. a.).

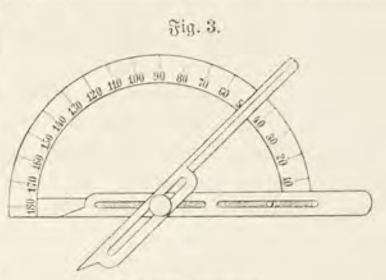
Gesetz von der Konstanz der Kantenwinkel. Da die Kristalle durch gleichförmige Anlagerung von Substanz wachsen, so ist leicht einzusehen, daß bei der Vergrößerung nur eine parallele Verschiebung der Flächen eintritt, die gegenseitige Lage derselben aber nicht geändert wird. Wenn also bei der gewöhnlich eintretenden „Verzerrung“ die Form der Flächen eine Veränderung erfährt, oder die Ecken zu Kanten ausgezogen werden (wie in Fig. 2 auf Seite 10), so bleiben die Neigungswinkel der Flächen doch immer die gleichen. Dieses Gesetz von der Konstanz der Kantenwinkel war schon dem berühmten Arzt und Naturkundigen Nikolaus Steno bekannt, in dessen 1669 zu Florenz erschienener Dissertation: „De Solido intra Solidum naturaliter contento“ es neben anderen kristallographischen Beobachtungen aufgeführt wird. Es ergibt sich daraus, daß zur Bestimmung einer Kristallform als besonders

wichtig und ausschlaggebend die Neigungswinkel der Flächen zu betrachten sind, nicht aber die Form derselben oder die Zahl der Ecken und Kanten, und ferner, daß an der kristallographischen Orientierung (d. i. die Lage der Fläche in bezug auf gewisse bestimmte Achsen oder Ebenen) durch eine Parallelverschiebung nichts geändert wird. Es ist also, um ein Beispiel anzuführen, ein Würfel im kristallographischen Sinne ein Körper, welcher von sechs (gleichwertigen) Flächen begrenzt wird, die sich unter rechtem Winkel schneiden; es ist aber nicht erforderlich, daß die Flächen Quadrate sind. Es kann demnach ein solcher Würfel auch tafel- oder stabförmig ausgebildet sein, ohne daß er dadurch seinen kristallographischen Charakter ändert. So ist auch die in Fig. 2 dargestellte Form im kristallographischen Sinne ein reguläres Oktaeder, denn ihre Flächen schneiden sich unter den für dasselbe charakteristischen Winkeln, obwohl sie nicht lauter gleichseitige Dreiecke sind und die Zahl der Ecken und Kanten von der für das geometrische regelmäßige Oktaeder (Fig. 1) erforderlichen abweicht. Da, wie wir sahen, eine Parallelverschiebung den kristallographischen Charakter einer Fläche nicht ändert, so werden den kristallographischen Betrachtungen und Beschreibungen — sofern nicht in speziellen Fällen besondere Gründe dagegen sprechen — die ebenmäßig ausgebildeten Formen, bei denen die zusammengehörigen Flächen gleiche Zentraldistanz haben, zu Grunde gelegt.

Kristallmessung. Nach dem eben Ausgeführten ist zur Bestimmung der Kristallpolyeder insbesondere die Kenntnis der Neigungswinkel der Flächen erforderlich, und so bildet die Messung dieser Winkel einen wichtigen Teil einer jeden kristallographischen Untersuchung. Sie geschieht mittels sogenannter Goniometer, deren einfachstes, welches aber nur zur Messung größerer Kristalle geeignet ist, das Ende des 18. Jahrhunderts von Carangeot konstruierte An-

legegoniometer ist. Es besteht, in der gewöhnlichen Ausführung, aus zwei scherenartig verbundenen Stahllinealen und einem in ganze Grade geteilten metallenen Halbkreis (Fig. 3). Zur Messung wird die vom Halbkreis abgenommene Schere genau senkrecht auf die zu messende Kante aufgesetzt, so, daß die beiden Schenkel auf den in derselben sich berührenden Flächen genau aufliegen, und der Winkel, den die beiden Lineale miteinander bilden, kann dann durch Auflegen derselben auf den geteilten Halbkreis abgelesen werden.

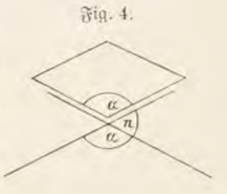
Fig. 3.



Anlegegoniometer.

Zu genaueren Messungen an kleinen Kristallen mit spiegelnden Flächen bedient man sich der sogenannten Reflexionsgoniometer. Bezüglich der Konstruktion dieser zum Teil ziemlich komplizierten Apparate, deren Handhabung besondere Übung erfordert, muß auf die eingangs erwähnten größeren Lehrbücher der Kristallographie verwiesen werden.

Fig. 4.

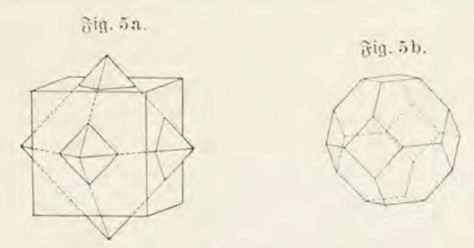


Auf dem Anlegegoniometer liest man den Winkel ab, welchen die beiden Kristallflächen einschließen, der also von Substanz erfüllt ist (α in Fig. 4), auf dem Reflexionsgoniometer den sogenannten Normalenwinkel, welcher von den Normalen auf die beiden Flächen gebildet wird und den ersteren zu 180° ergänzt (n in Fig. 4). In den neueren kristallographischen Arbeiten wird gewöhnlich der Normalenwinkel angegeben.

Begrenzungselemente. Die Begrenzungselemente der Kristalle sind Flächen (F), Kanten (K), das sind die Linien, in welchen sich zwei Flächen schneiden, und Ecken (E), das sind die Punkte, in welchen mehrere Kanten zusammentreffen. Bezüglich der Zahl derselben gilt der Satz: $E + F = K + 2$.

Die Neigungswinkel der Flächen werden in der Kristallographie gewöhnlich als Kantenwinkel oder Kante schlechtweg bezeichnet (z. B. Kante des Würfels = 90°).

Gleichwertige oder zusammengehörige Flächen eines Kristalles sind solche, von denen, bei vollkommener


Fig. 5a. Fig. 5b.

Kombination von Oktaeder und Würfel.

Ausbildung, niemals die eine ohne die andere auftreten kann; sie haben bei gleicher Zentraldistanz (ebenmäßiger Entwickelung des Kristalles) gleiche Form und gleiche Größe. Die Gesamtheit der (nach dem jeweiligen Grade der Symmetrie) zusammengehörigen Flächen heißt eine einfache Form. Umschließt eine solche den Raum allseitig, so nennt man sie eine geschlossene, sonst eine offene Form. Durch Zusammentreten zweier oder mehrerer einfacher Formen entstehen Kombinationen (zweizählige, mehrzählige). Fig. 5a und b stellt eine zweizählige Kombination von einem Oktaeder mit einem Würfel dar. An einer

Kombination kommen so viel ungleichwertige Flächen vor, als einfache Formen; die zusammengehörigen haben gleiche Beschaffenheit (in Fig. 5 gehören die viereckigen Flächen dem Würfel, die sechseckigen dem Oktaeder an). Die Kanten, in denen sich die Flächen verschiedener Formen schneiden, heißen Kombinationskanten; gleiche Begrenzungselemente erleiden gleiche Veränderungen. (Die gleichen Oktaederecken werden durch die Würfelflächen abgestumpft.)

Kristallographische Achsen. Um die Lage der Kristallflächen im Raume zu bezeichnen, pflegt man dieselben auf Koordinaten, sogenannte Achsen, zu beziehen. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, sechs verschiedene Achsensysteme, die durch die Lage gewisser Kristallkanten gegeben sind, aufzustellen. Auf diese lassen sich alle möglichen Kristallformen in einfacher Weise beziehen. Als ein Kristallsystem faßt man alle diejenigen Formen zusammen, welche auf ein und dasselbe Achsensystem zu beziehen sind.

Kristallsysteme. Folgende sechs Kristallsysteme werden unterschieden:

1. Das reguläre System:

   Drei gleichwertige Achsen schneiden sich unter rechten Winkeln.

2. Das tetragonale System:

   Zwei gleichwertige Achsen schneiden sich unter rechtem Winkel; eine dritte, von abweichendem Wert, steht rechtwinklig zu den ersten beiden.

3. Das hexagonale System:

   Drei gleichwertige Achsen schneiden sich in einer Ebene unter Winkeln von 60°; eine vierte, von abweichendem Wert, steht rechtwinklig darauf.

4. Das rhombische System:

Drei ungleichwertige Achsen schneiden sich unter rechten Winkeln.

5. Das monokline System:

Zwei ungleichwertige Achsen schneiden sich unter schiefem Winkel; eine dritte, von abweichendem Wert, steht rechtwinklig zu den beiden ersten.

6. Das trikline System:

Drei ungleichwertige Achsen schneiden sich unter schiefen Winkeln.

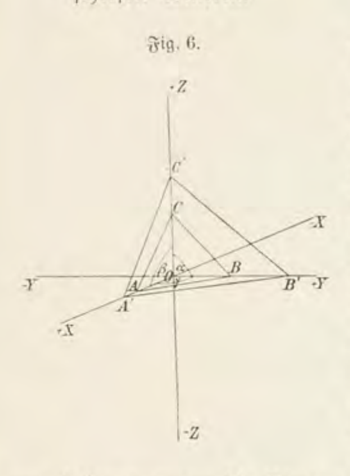


Fig. 6.

Parameter. Fig. 6 stellt ein Koordinatensystem (Achsenkreuz) dar, welches gebildet wird durch die drei Achsen X, Y, Z, die sich unter den Winkeln α, β, γ im Punkte O schneiden. Die von O aus nach vorn, bezw. rechts, bezw. oben gelegenen Teile der Achsen werden dem allgemeinen Brauche entsprechend als positiv (+), die andern als negativ (—) bezeichnet. Die Lage einer Fläche A, B, C an diesem Achsenkreuz ist nun bekannt, wenn die Längen $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ bekannt sind, welche die Fläche auf den drei Achsen abschneidet (oder, da es sich nicht um absolute Längen handelt, das Verhältnis derselben $a : b : c$). Man nennt diese Längen, wenn es sich um Kristallflächen handelt, Parameter, ihr Verhältnis das Parameterverhältnis oder Achsenverhältnis. Gewöhnlich setzt man, wenn alle drei Parameter

verschieden sind, den mittleren $b = 1$ und bezieht die beiden anderen auf denselben, z. B.

$$a : b : c = 0.6789 \ldots : 1 : 1.1234 \ldots$$

Dieser Ausdruck kann mit einer beliebigen Zahl multipliziert oder dividiert werden, ohne daß dadurch etwas am kristallographischen Charakter der Fläche geändert wird, da parallele Flächen kristallographisch gleich sind.

Geht eine Fläche einer Achse parallel, so genügt zur Bestimmung ihrer Lage die Kenntnis des Verhältnisses der beiden anderen Achsen. Eine Fläche, die zwei Achsen parallel geht, ist durch diese Eigenschaft allein vollständig bestimmt. Daß eine Fläche einer Achse parallel geht, dieselbe also erst in der Unendlichkeit schneidet, pflegt man dadurch auszudrücken, daß man vor das Zeichen der betreffenden Achse das Zeichen ∞ (unendlich) setzt: also $a : b : \infty c$ ist eine Fläche, welche der Z-Achse, $\infty a : b : \infty c$ eine solche, welche der X- und der Z-Achse parallel ist.

Da alle Körper mit Änderung der Temperatur eine Änderung des Volumens (Ausdehnung oder Zusammenziehung) erfahren, welche in den meisten Fällen in verschiedenen Richtungen verschieden ist, so gilt ein solches Parameterverhältnis strenggenommen nur für eine bestimmte Temperatur. Die Änderungen sind aber so klein, daß sie innerhalb der gewöhnlichen Beobachtungstemperaturen praktisch ohne Bedeutung sind. Wie eine Temperaturänderung allmählich und nicht sprungweise erfolgt, so auch die Volumänderung, und daraus folgt, daß das Parameterverhältnis immer durch irrationale Zahlen ausgedrückt wird.

Die Größen, durch welche die Lage einer Kristallfläche vollständig bestimmt ist, nämlich die drei Achsenwinkel α, β, γ und die Parameter, deren einer gleich 1 ist, nennt man die Elemente des Kristalls.

Rationalität der Ableitungskoeffizienten. Eine zweite, am gleichen Achsenkreuz wie A, B, C gelegene Fläche A′, B′, C′ (vgl. Fig. 6) habe die Parameter $OA' = a'$, $OB' = b'$, $OC' = c'$. Wir können dann diese Größen auf a, b und c beziehen und

$$a' = ma$$
$$b' = nb$$
$$c' = oc$$

setzen. Es gilt nun in der Kristallographie das allgemeine Gesetz, daß, wenn an einem Kristall zwei Flächen auftreten, von welchen die eine die Parameter a, b, c, die andere ma, nb, oc hat, die Ableitungskoeffizienten m, n, o immer **rationale** (und verhältnismäßig einfache) Zahlen sind. Wenn also beispielsweise an einer Substanz eine Fläche auftritt mit dem Parameterverhältnis

$$a : b : c = 0.6789\ldots : 1 : 1.1234\ldots,$$

so können an derselben Substanz noch Flächen vorkommen, welche auf den Achsen XYZ die Längen ma, nb, oc abschneiden, z. B.:

$$2 \times 0.6789\ldots$$
$$3 \times 1$$
$$4 \times 1.1234\ldots$$

oder

$$\tfrac{1}{2} \times 0.6789\ldots$$
$$\tfrac{1}{3} \times 1$$
$$\tfrac{1}{4} \times 1.1234\ldots$$

d. h. Flächen mit rationalen Ableitungskoeffizienten (2, 3, 4 oder $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$), aber nicht solche mit irrationalen Ableitungskoeffizienten wie z. B.

3.1416 ... × 0.6789
2.7182 ... × 1
$\sqrt{2}$ × 1.1234.

Man pflegt für jede Substanz eine (durch Glanz, Größe, physikalische Eigenschaften od. dgl.) besonders hervorragende Fläche, welche der Bedingung entspricht, daß sie alle drei Achsen in endlicher Entfernung schneidet, als „Grundform" zu wählen und deren Parameterverhältnis (welches man auch als „Achsenverhältnis" für die betreffende Substanz bezeichnet) a : b : c in Zahlen anzugeben. Alle übrigen an derselben Substanz auftretenden Flächen lassen sich dann mittels rationaler Ableitungskoeffizienten von der Grundform ableiten.

Bezeichnungsweise: Zur Bezeichnung der Kristallflächen bezw. Formen sind mehrere Systeme in Gebrauch, von welchen die verbreitetsten hier erläutert werden sollen.

Die am leichtesten zu verstehende, aber auch umständlichste Bezeichnungsweise ist die von Chr. S. Weiß. Nach ihm schreibt man einfach für die Flächen das Parameterverhältnis unter Benutzung der Vorzeichen für die betreffenden Achsenteile[1]; a wird für die X-, b für die Y-, c für die Z-Achse gebraucht, der Ableitungskoeffizient 1 wird weggelassen. In Fig. 7 sei OA = OE = a, OB = OD = b, OC = OF = c, dann hat die Fläche

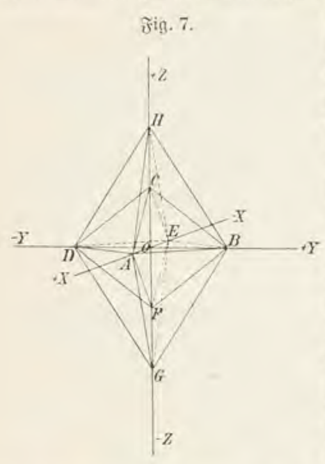
ABC	das Symbol a : b : c	ABF	das Symbol	a : b : −c
ACD	„ „ a : −b : c	ADF	„ „	a : −b : −c
BEC	„ „ −a : b : c	BEF	„ „	−a : b : −c
EDC	„ „ −a : −b : c	EDF	„ „	−a : −b : −c.

Die Fläche ABH schneidet die X-Achse und die Y-Achse in der gleichen Entfernung wie ABC, die Z-Achse aber in

[1] Die im oberen rechten Oktanten gelegenen Achsenteile sind positiv. (Vgl. Fig. 6.)

der doppelten. Ihr Symbol ist dann a : b : 2c, oder allgemein a : b : mc. Eine Fläche, welche der Z-Achse parallel geht, bei welcher also m = ∞, bekommt das Zeichen a : b : ∞c usw. Sind die Parameter gleich, so werden gleiche Buchstaben gesetzt, also z. B. a : a : c (vgl. tetragonales System), was bedeutet, daß die beiden horizontalen Achsen gleich sind, während die vertikale einen abweichenden Wert hat. Will man die ganze Form bezeichnen, so setzt man das Symbol der Fläche in Klammer: (a : b : c) bedeutet also die durch die oben einzeln aufgezählten acht Flächen gebildete Doppelpyramide AB CDEF, (a : b : 2c) die abgeleitete Doppelpyramide ABEDHG.

Fig. 7.



Eine Vereinfachung der Weißschen Bezeichnungsweise führte C. F. Naumann ein, indem er nicht die einzelnen Flächen, sondern die ganze Form bezeichnet. In jedem der sechs Kristallsysteme (siehe S. 15) wird die Form, deren Flächen drei Achsen in endlicher Entfernung schneiden, zur Grundform genommen und mit dem Buchstaben P (Pyramide), im regulären System O (Oktaeder) bezeichnet. Unsere (rhombische) Pyramide ABCDEF (Fig. 7) würde also das Symbol P erhalten. Die Ableitungskoeffizienten der Weißschen Zeichen werden dann, sofern sie sich auf die Vertikalachse beziehen, vor, wenn sie sich auf die Horizontalachsen beziehen, hinter den Buchstaben P oder O gesetzt.

Die abgeleitete Pyramide ABEDHG (Fig. 7) mit dem Weißschen Symbol (a : b : 2c) heißt demnach 2P, eine Form (a : b : ∞ c) wird ∞ P usw. Auf gewisse Besonderheiten dieser sehr bequemen und viel angewandten Bezeichnungsweise wird später noch hingewiesen werden.

Eine dritte Art ist die Bezeichnung durch Indices, die sogenannte Millersche Bezeichnungsweise. Sie benennt, wie die Weißsche, die einzelnen Flächen, aber mit kürzeren Symbolen, und wird gegenwärtig in den wissenschaftlichen kristallographischen Arbeiten sehr viel, teilweise ausschließlich gebraucht. Im Prinzip ist sie sehr einfach: jede Fläche wird durch die auf ganze Zahlen gebrachten reziproken Werte der Ableitungskoeffizienten bezeichnet, die Buchstaben a, b, c werden weggelassen, das eventuell erforderliche Minuszeichen wird über die Zahl gesetzt. Die Zahl für die X- oder a-Achse kommt an die erste, die für die Y- oder b-Achse an die zweite und die für die Z- oder c-Achse an die dritte Stelle. Die Fläche a : b : c bekommt also das Zeichen 111, a : b : — c wird $11\bar{1}$, statt ∞ wird 0 gesetzt, also a : b : ∞ c = 110; zur Bezeichnung der ganzen Form schließt man das Flächensymbol in { } Klammern. Also die Pyramide ABCDEF = (a : b : c) = P = {111}. Für abgeleitete Formen werden die reziproken Werte der Ableitungskoeffizienten einfach ausgerechnet, also : a : b : 2c : Ableitungskoeffizienten 1, 1, 2, reziproke Werte $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$ durch Multiplikation mit 2 auf ganze Zahlen gebracht, ergibt **221**; oder a : 2b : 3c : Ableitungskoeffizienten 1, 2, 3, reziproke Werke $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; um sie auf ganze Zahlen zu bringen, multipliziert man mit 6:

$$\tfrac{1}{1}\cdot 6,\ \tfrac{1}{2}\cdot 6,\ \tfrac{1}{3}\cdot 6 = \tfrac{6}{1},\ \tfrac{6}{2}\cdot \tfrac{6}{3} = \mathbf{632}$$

oder durch Division

$$\tfrac{1}{6},\ \tfrac{2}{6},\ \tfrac{3}{6} = \tfrac{1}{6},\ \tfrac{1}{3},\ \tfrac{1}{2} = \mathbf{632}.$$

Sind die Ableitungkoeffizienten Brüche, so werden sie zuerst auf ganze Zahlen gebracht; z. B. $3a : \frac{3}{2}b : c = 6a : 3b : 2c$; dies ergibt $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ und dann $\frac{6}{6} \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{6}{2}$, woraus folgt **123**.

Für das allgemeine Weißsche Zeichen $ma : nb : oc$ schreibt man hkl, wobei

$$h : k : l = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{o} \text{ und } \frac{1}{h} : \frac{1}{k} : \frac{1}{l} = m : n : o.$$

Zonenverband. Unter einer Zone versteht man einen Komplex von mindestens drei Flächen, welche einer Geraden parallel sind, oder, was dasselbe ist, sich in parallelen Kanten schneiden. Diese Gerade, welche immer eine mögliche Kristallkante sein muß, bezeichnet man als Zonenachse, die einer und derselben Zone angehörigen Flächen heißen tautozonal. Die Lage der Zone ist bekannt, wenn die Richtung der Zonenachse bekannt ist, und diese wird am einfachsten bezeichnet in der Weise, daß man die Zonenachse durch den Durchschnittspunkt des Koordinatensystems gelegt denkt und dann die Koordinaten irgend eines beliebigen Punktes auf der Zonenachse angibt. Bezeichnen wir die reziproken Werte dieser Koordinaten (die Indices des Punktes) mit u, v, w, so ist durch dieselben die Lage der Zone bestimmt: man nennt sie deshalb auch die Indices der Zone oder (in eckige Klammern gesetzt [uvw]) das Symbol der Zone. Wenn man die Indices zweier Flächen hkl und $h'k'l'$, welche in einer Zone liegen und deren Schnittlinie die Richtung der Zonenachse hat, kennt, so läßt sich das Symbol der Zone auf einfache der Determinantenrechnung entlehnte Weise bestimmen. Man schreibt die Indices der beiden Flächen zweimal übereinander, läßt die erste und letzte Kolumne weg, multipliziert je zwei Indices kreuzweise

und zieht die Produkte voneinander ab; die drei Differenzen sind dann die Indices der Zone:

$$\begin{array}{c|cccc|c} h & k & l & h & k & l \\ & & \times & \times & \times & \\ h' & k' & l' & h' & k' & l' \\ \hline \end{array}$$

$$\underbrace{kl'-lk'}_{u},\ \underbrace{lh'-hl'}_{v},\ \underbrace{hk'-kh'}_{w}.$$

Ist das Zonensymbol [uvw] für zwei Flächen bekannt, so besteht zwischen demselben und den Indices pqr einer anderen, zu derselben Zone gehörigen Fläche die Beziehung:

$$up + vq + wr = 0.$$

Man kann also mittels dieser Gleichung die Richtigkeit der auf andere Weise bestimmten Indices einer Fläche prüfen, wenn man das Symbol der Zone, in welcher sie liegt, (oder die Indices zweier Flächen dieser Zone) kennt. Gleichzeitig ergibt sich aus dieser Gleichung das Gesetz der Erhaltung der Zonen, welches besagt, daß der Zonenzusammenhang durch Temperaturänderungen nicht beeinflußt wird. Da die Indices der Zone durch Multiplikation und Subtraktion aus den Indices der Flächen gewonnen wurden, sind sie ebenso wie diese rationale Zahlen; die mit der Temperatur veränderlichen irrationalen kommen in der Gleichung nicht vor.

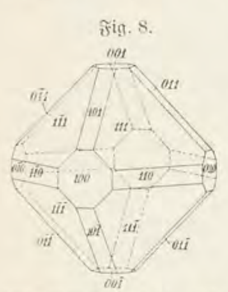
Eine Fläche, welche gleichzeitig in zwei Zonen liegt, ist vollständig bestimmt, und man kann ihre Indices h k l aus den Indices der beiden Zonen u v w und u′ v′ w′ in derselben Weise berechnen, wie das Zonensymbol aus den Indices der Flächen:

$$\begin{array}{c|ccccc|c} u & v & w & u & v & w \\ u' & v' & w' & u' & v' & w' \end{array}$$

$$\underbrace{vw' - wv'}_{h},\quad \underbrace{wu' - uw'}_{k},\quad \underbrace{uv' - vu'}_{l}.$$

Projektion. Die Kristallzeichnungen, welche sich in Lehrbüchern und kristallographischen Arbeiten finden, unterscheiden sich von den gewöhnlichen perspektivischen Zeichnungen im wesentlichen dadurch, daß sie nach den Gesetzen der Parallelperspektive angefertigt sind, d. h. so, daß man sich den Kristall aus unendlicher Entfernung gesehen denkt. Dadurch wird erreicht, daß Linien, welche in der Natur parallel sind, auch in der Zeichnung parallel bleiben (vgl. Fig. 8). Will man sich eine vollständige Übersicht des Zonenzusammenhanges und der Symmetrieverhältnisse eines Kristalls verschaffen, so bedient man sich der Projektion.

Fig. 8.



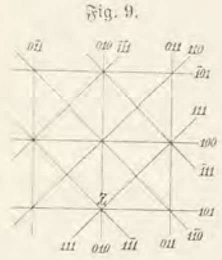
Kombinat. v. ∞O · O · ∞O∞.

Es sind zwei Arten von Projektionen im Gebrauch. Die sogenannte Linearprojektion oder Quenstedtsche Projektion stellt die Kristallflächen als Linien dar. Man wählt eine Fläche (z. B. 001 in Fig. 8), welche senkrecht zu einer besonders wichtigen Zone steht, zur Projektionsebene, denkt sich die Kristallflächen parallel verschoben, bis sie sich in einem außerhalb der Projektionsebene gelegenen Punkt schneiden, und zieht die Linien, in welchen die Flächen dann die Projektions- (oder Zeichen-) Ebene schneiden, aus. Parallele Flächen ergeben nur eine Linie, die zur Zeichenebene pa-

rallele Fläche kommt nicht zur Darstellung; tautozonale Flächen schneiden sich in einem Punkt, z. B. im Punkt Z : 1$\bar{1}$1, 101, 111, 010 (Fig. 9).

Die andere, jetzt sehr verbreitete Methode ist die sphärische oder Kugelprojektion, bei welcher die Flächen durch Punkte dargestellt werden. Man denkt sich den Kristall in eine Kugel versetzt, derart, daß sein Mittelpunkt mit dem Zentrum der Kugel zusammenfällt. Vom Zentrum aus fällt man dann Normalen auf die Kristallflächen und verlängert sie, bis sie die Kugeloberfläche treffen. Die Punkte, in denen dies geschieht, nennt man die Pole der Flächen (vgl. Fig. 10; 001′ ist der Pol der Fläche 001

Fig. 9.



Linearprojektion v. Fig. 8.

Fig. 10.



des Kristalls Fig. 8). Die Bögen zwischen diesen Polen geben die Normalenwinkel der Flächen, wie man sie am Reflexionsgoniometer findet, an; die Pole aller Flächen, welche eine Zone bilden, liegen auf einem größten Kreis. Um von der Kugel mit den Flächenpolen ein Bild in der Ebene zu entwerfen, verfährt man so, daß man sich die Projektions- oder Zeichenebene durch das Zentrum der Kugel gelegt denkt. Sie schneidet dieselbe in einem Kreis, dem sogenannten Grundkreis, auf welchem die Pole aller

der Flächen liegen, welche senkrecht zur Projektionsebene liegen. In Fig. 10 ist, wie in Fig. 9, die Fläche 001 als Zeichenebene gedacht, ihr Durchschnitt mit der Kugel ist durch die Linie g g dargestellt. Die Pole auf der oberen Kugelhälfte projiziert man dann auf die Ebene des Grundkreises, indem man sie mit dem Pol des Grundkreises (g′ in Fig. 11) auf der unteren Kugelhälfte durch Gerade verbindet. Die Punkte, in welchen diese Geraden durch die Ebene des Grundkreises hindurchgehen, sind dann die Projektionen der Flächenpole der oberen Kugelhälfte (in Fig. 11 ist also 011″ die Projektion des Flächenpoles 011′). Die Pro-

Fig. 11.

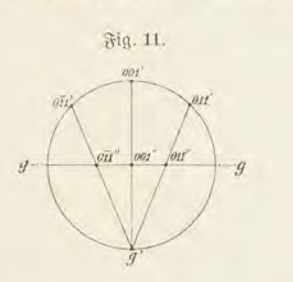


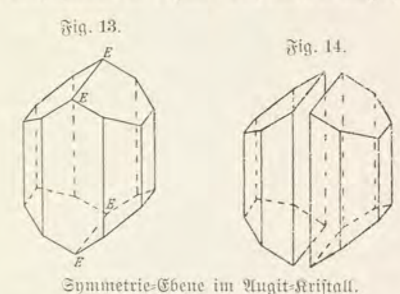
Fig. 12.



sphär. Projektion von Fig. 8.

jektion unseres Kristalls Fig. 8 nach dieser Methode auf die Fläche 001 ist in Fig. 12 dargestellt. Jeder größte Kreis auf der Kugel erscheint als Durchmesser des Grundkreises oder als Kreisbogen, der den Grundkreis in den Enden eines Durchmessers schneidet. Die Pole tautozonaler Flächen liegen also auf einem solchen Kreisbogen oder einem Durchmesser: z. B. $0\bar{1}0$, $1\bar{1}1$, 101, 111, 010 oder $0\bar{1}0$, $0\bar{1}1$, 001, 011, 010. Wenn man sich an diese Art der Projektion gewöhnt hat, ist sie ein sehr gutes Hilfsmittel zur Orientierung über Symmetrieverhältnisse und die beste Art zur Berechnung eines Kristalles.

Symmetrieverhältnisse. Die Kristalle sind mehr oder weniger symmetrisch gebaute Körper und nach dem Grade der Symmetrie lassen sich die Kristallformen in eine Anzahl von Klassen teilen, welche insofern streng getrennt sind, als nur Angehörige der gleichen Symmetrieklasse miteinander in Kombination treten können. Jede kristallisierte Substanz hat ihre bestimmte Form, welche einer dieser Symmetrieklassen angehört, und es sind nur wenige, besondere Fälle bekannt, in welchen eine Substanz Kristalle bildet, die verschiedenen Symmetrieklassen angehören. Diese



Symmetrie-Ebene im Augit-Kristall.

Klassen werden bestimmt durch die Symmetrieelemente, als welche aufzuführen sind:

Symmetrieebenen. Unter Symmetrieebene versteht man eine Ebene, durch welche sich ein Kristall in zwei symmetrische, d. i. spiegelbildlich gleiche Teile zerlegen läßt. So ist für den Kristall Fig. 13 EEEE eine Symmetrieebene, nach welcher derselbe in zwei symmetrische Hälften — vgl. Fig. 14 — zerlegt werden kann. Dieser Kristall hat nur eine einzige solche Symmetrieebene; andere haben mehrere, wie z. B. das reguläre Oktaeder, das deren neun besitzt. Symmetrieebenen können gleichwertig oder ungleichwertig sein, je nachdem die Zerlegung durch dieselben gleich-

wertige oder ungleichwertige Teile liefert. Eine Symmetrieebene, auf der mehrere andere gleichwertige senkrecht stehen, heißt eine *Hauptsymmetrieebene*, im Gegensatz zu den übrigen, den *gewöhnlichen* oder *Nebensymmetrieebenen*. Jede Symmetrieebene ist parallel einer vorhandenen oder möglichen Kristallfläche.

Symmetrieachse (oder Deckbewegungsachse) ist die Gerade, um welche man den Kristall um einen von 360^0 verschiedenen, aber darin teilbaren Winkel drehen kann, derart, daß nach der Drehung derselbe wieder mit sich selbst zur Deckung kommt. Beträgt die Drehung den n-ten Teil der ganzen Umdrehung, so nennt man die Achse n-zählig. Es gibt zwei-, drei-, vier- und sechszählige Symmetrieachsen, die man abkürzungsweise durch die Zeichen ⬭, △, □, ⬡ darstellt; andere sind in der Kristallographie wegen des Gesetzes von der Rationalität der Ableitungskoeffizienten nicht möglich. Die Durchschnittslinie zweier Symmetrieebenen ist stets eine Symmetrieachse, ebenso die Normale auf einer Symmetrieebene; die auf einer Hauptsymmetrieebene senkrecht stehende Symmetrieachse nennt man *Hauptsymmetrieachse*. Jede Symmetrieachse ist senkrecht auf einer möglichen Kristallfläche und parallel einer möglichen Kristallkante. Zu kristallographischen Achsen (vgl. S. 15) werden, soweit möglich, Symmetrieachsen genommen. Eine Symmetrieachse, deren beide Pole sich verschieden verhalten, nennt man *polar*.

Zentrum der Symmetrie ist ein im Innern des Kristallpolyeders gelegener Punkt, welcher die Eigenschaft hat, daß jede durch ihn gelegte Gerade zu beiden Seiten und in gleichem Abstand gleichwertige Teile des Polyeders trifft. Danach gehört in zentrisch symmetrischen Kristallen zu jeder Fläche eine parallele Gegenfläche. Das Zentrum der Symmetrie fällt mit dem geometrischen Mittelpunkt

des Kristallpolyeders zusammen, aber der geometrische Mittelpunkt ist nicht immer ein Zentrum der Symmetrie.

Nach ihren Symmetrieeigenschaften zerfallen die Kristallformen in 32 getrennte Klassen, von denen diejenigen, deren Formen sich auf dasselbe Achsensystem beziehen lassen, zu einem Kristallsystem zusammengefaßt werden. Eine Übersicht über diese 32 Klassen mit Angabe der für eine jede charakteristischen Symmetrieelemente gibt die Tabelle S. 31.

Holoedrie, Hemiedrie, Tetartoedrie. — Hemimorphie. Man kann gewisse Formen von den anderen ableiten, indem man einen Teil der Flächen in gesetzmäßiger Weise verschwinden läßt. Es geschieht dies in der Weise, daß man bestimmte Symmetrieebenen wegfallen läßt, d. h. die auf der einen Seite der betreffenden Symmetrieebene gelegenen Flächen unterdrückt, während die übrigen sich in entsprechender Weise ausdehnen. Man erhält dann neue Formen, in denen diese Symmetrieebenen fehlen und welche nur einen Teil der Flächen der alten haben, bei denen aber die Lage der Flächen naturgemäß mit der Lage des betreffenden Teiles der Flächen des ursprünglichen Polyeders übereinstimmt. Man nennt solche neue Formen im Gegensatz zu den Vollflächnern (Holoedern), aus denen sie abgeleitet werden, Teilflächner (Meroeder), und unterscheidet Hälftflächner (Hemieder), Viertelflächner (Tetartoeder) und Achtelflächner (Ogdoeder), je nachdem die neuen Formen die Hälfte, ein Viertel oder ein Achtel der Flächen der ursprünglichen holoedrischen Formen haben. Selbstverständlich entstehen aus einem Holoeder zwei Hemieder bezw. vier Tetartoeder bezw. acht Ogdoeder, und man nennt diese zusammengehörigen Formen korrelate Formen. Die meisten korrelaten Formen sind kongruent und unterscheiden sich nur durch ihre Stellung. Einige dagegen verhalten sich zueinander wie die rechte und die

linke Hand, lassen sich also nicht durch Drehung zur Deckung bringen; sie werden enantiomorphe Formen genannt. Es kommen Teilflächner vor, welche sich in ihrer äußeren Gestalt (morphologisch) nicht von den Vollflächnern unterscheiden — das ist immer dann der Fall, wenn die wegfallenden Symmetrieebenen senkrecht auf den Flächen des Holoeders stehen. Daß sie aber einen geringeren Grad von Symmetrie besitzen als die Holoeder — also im kristallographischen Sinne Teilflächner sind —, ist an ihren physikalischen Eigenschaften zu erkennen, sowie daran, daß sie mit anderen Teilflächnern in Kombination treten. Wo mehrere Arten von Symmetrieebenen auftreten, können auch mehrere Arten von Meroedrieen (Teilflächigkeiten) vorkommen, indem einmal die eine und dann die andere Gruppe der Symmetrieebenen wegfällt.

Als Hemimorphie bezeichnet man die Hemiedrie, welche entsteht, wenn eine einzigartige (singuläre) Symmetrieebene wegfällt. Die Folge davon ist, daß die auf derselben senkrecht stehende Symmetrieachse polar wird und der Kristall an den beiden Seiten der betreffenden Symmetrieachse eine verschiedene Entwickelung — in geometrischer wie in physikalischer Beziehung — zeigt.

Es sei hier noch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß diese Einteilung in Vollflächner und Teilflächner bezw. die Ableitung der einen aus den anderen, ebenso wie die Zusammenfassung mehrerer Klassen in Systeme wesentlich ein Hilfsmittel zur leichteren Übersicht über die Kristallformen ist. An sich sind die Symmetrieklassen voneinander unabhängig und durchaus gleichberechtigt.

Übersicht der 32 Klassen der Kristallformen.

Die beistehende (S. 31) Tabelle gibt eine Übersicht über die 32 Symmetrieklassen, ihre Benennung, Symmetrieelemente und die Zusammenfassung zu Systemen. Im folgenden sollen nun die Formen der für die praktische Kristallographie wichtigsten Klassen — einige haben bisher nur theoretische Bedeutung — beschrieben werden.

Übersicht der 32 Klassen der Kristallformen.

System	Abteilung	Klasse	Symmetrie-ebenen	Symmetrie-achsen	Zentr. d. Sym.
Regulär	Holoedrie	Hexakisoktae-drische Klasse	9 (3+6)	13 {3 □, 4 △, 6 ⬭}	+
	Tetraedrische Hemiedrie	Hexakistetrae-drische Klasse	6	7 {3 ⬭, 4 △ p.}	—
	Pentagonale Hemiedrie	Dyakisdodekae-drische Klasse	3	7 {3 ⬭, 4 △}	+
	Plagiedrische Hemiedrie	Pentagonikosi-tetraedrische Klasse	—	13 {3 □, 4 △, 6 ⬭}	—
	Tetartoedrie	Tetraedrisch-pen-tagondodekae-drische Klasse	—	7 {3 ⬭, 4 △ p.}	—
Tetrago-nal	Holoedrie	Ditetragonal-bipyramidale Klasse	5 (1+[2+2])	5 {1 □, 2+2 ⬭}	+
	Hemimorphie der Holoedrie	Ditetragonal-pyramidale Klasse	4 (2+2)	1 □ p.	—
	Pyramidale He-miedrie	Tetragonal-bipyramidale Klasse	1	1 □	+
	Hemimorphie der pyramida-len Hemiedrie	Tetragonal-pyramidale Klasse	—	1 □ p.	—
	Trapezoedrische Hemiedrie	Tetragonal-trapezoedrische Klasse	—	5 {1 □, 2+2 ⬭}	—
	Sphenoidische Hemiedrie	Tetragonal-skalenoedrische Klasse	2	3 (1+2) ⬭	—
	Sphenoidische Tetartoedrie	Tetragonal-bisphenoidische Klasse	—	1 ⬭	—

System	Abteilung	Klasse	Symmetrie-ebenen	Symmetrie-achsen	Zentr. d. Sym.
Hexagonal	Holoedrie	Dihexagonal-bipyramidale Klasse	7 (1+[3+3])	7 {1 ⬡ 3+3 ⬭	+
	Hemimorphie der Holoedrie	Dihexagonal-pyramidale Klasse	6 (3+3)	1 ⬡ p.	—
	Pyramidale Hemiedrie	Hexagonal-bipyramidale Klasse	1	1 ⬡	+
	Hemimorphie der pyramidal. Hemiedrie	Hexagonal-pyramidale Klasse	—	1 ⬡ p.	—
	Trapezoedrische Hemiedrie	Hexagonal-trapezoedrische Klasse	—	7 {1 ⬡ 3+3 ⬭	—
(Trigonal)	Rhomboedrische Hemiedrie	Ditrigonal-skalenoedrische Klasse	3	4 {1 △ 3 ⬭	+
	Rhomboedrische Tetartoedrie	Trigonal-rhomboedrische Klasse	—	1 △	+
	Trigonale Hemiedrie	Ditrigonal-bipyramidale Klasse	4 (1+3)	4 {1 △ 3 ⬭ p.	—
	Hemimorphie der trigonalen Hemiedrie	Ditrigonal-pyramidale Klasse	3	1 △ p.	—
	Trigonale Tetartoedrie	Trigonal-bipyramidale Klasse	1	1 △	—
	Hemimorphie d. trigon. Tetart. (Ogdoedrie)	Trigonal-pyramidale Klasse	—	1 △ p.	—
	Trapezoedrische Tetartoedrie	Trigonal-trapezoedrische Klasse	—	4 {1 △ 3 ⬭ p.	—

System	Abteilung	Klasse	Symmetrie-ebenen	Symmetrie-achsen	Zentr. d. Symm.
Rhombisch	Holoedrie	Rhombisch-bipyramidale Klasse	3 (1+1+1)	3 ⬭ (1+1+1)	+
	Hemimorphie	Rhombisch-pyramidale Klasse	2 (1+1)	1 ⬭ p.	—
	Hemiedrie	Rhombisch-bisphenoidische Klasse	—	3 ⬭ (1+1+1)	—
Monoklin	Holoedrie	Prismatische Klasse	1	1 ⬭	+
	Hemimorphie	Sphenoidische Klasse	—	1 ⬭ p.	—
	Hemiedrie	Domatische Klasse	1	—	—
Triklin	Holoedrie	Pinakoidale Klasse	—	—	+
	Hemiedrie	Asymmetrische Klasse	—	—	—

Abkürzungen.

⬭ 2, △ 3, □ 4, ⬡ 6 = zählige Symmetrieachse.

p. = polar.

\+ = vorhanden.

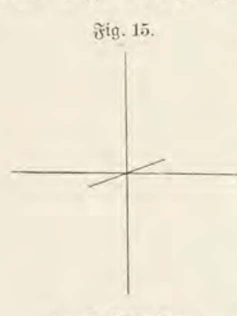
— = nicht vorhanden.

Beschreibung der Kristallformen.

Das reguläre System.

Das reguläre System umfaßt alle diejenigen Formen, welche sich auf das reguläre Achsensystem, das sind drei aufeinander senkrechte gleichwertige Achsen, beziehen lassen. Man stellt das Achsenkreuz (Fig. 15) so, daß eine Achse vertikal steht, eine horizontal auf den Beschauer zu und eine quer läuft. Da die Achsen gleichwertig sind, ist es natürlich gleichgültig, welche man vertikal stellt.

Fig. 15.



regul. Achsenkreuz.

Die holoedrische Abteilung.

Symmetrieelemente:

9 Symmetrieebenen und zwar 3 Hauptsymmetrieebenen, welche aufeinander senkrecht stehen und den Achsenebenen parallel sind, und 6 gewöhnliche Symmetrieebenen, welche die Winkel zwischen je zwei Hauptsymmetrieebenen halbieren und paarweise auf der dritten senkrecht stehen.

13 Symmetrieachsen: 3 vierzählige Hauptsymmetrieachsen, welche auf den Hauptsymmetrieebenen senkrecht stehen, die Schnittlinien derselben bilden und mit den kristallographischen Achsen zusammenfallen; 4 dreizählige Symmetrieachsen (sog. trigonale Achsen), welche mitten zwischen den Hauptsymmetrieachsen liegen; 6 zweizählige Symmetrieachsen (sog. rhombische Achsen), welche paarweise in einer Hauptsymmetrieebene liegen und die Winkel zwischen zwei Hauptsymmetrieachsen halbieren.

Zentrum der Symmetrie.

Die einfachen Formen dieser Abteilung sind:

1. Das **Oktaeder** (Fig. 16), welches die Grundform der Abteilung ist, d. h. dessen Flächen alle drei Achsen in einfacher Entfernung schneiden. Es wird begrenzt von acht gleichseitigen Dreiecken[1]), hat 12 gleiche Kanten, in denen die Flächen sich unter einem Winkel von 109° 28′ 16″ schneiden, und 6 gleiche vierflächige Ecken, durch welche die kristallographischen Achsen (die Hauptsymmetrieachsen) hindurchgehen. Bei richtiger Stellung ist also eine Ecke vorn und eine Kante fällt auf den Beschauer zu, nicht eine Fläche. Das Zeichen des Oktaeders ist, da die Flächen alle drei Achsen in gleicher

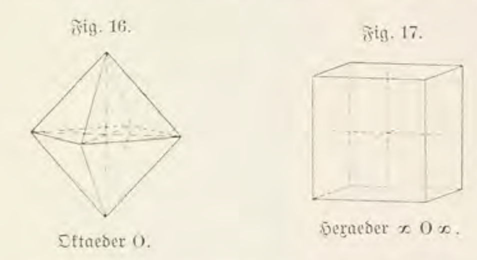


Fig. 16. Oktaeder O.

Fig. 17. Hexaeder $\infty O \infty$.

Entfernung schneiden, (a : a : a) oder nach **Naumann** O (Anfangsbuchstabe von Oktaeder) und nach **Miller** {111}.

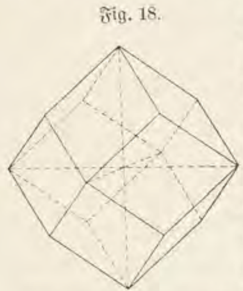
2. Das **Hexaeder** oder der **Würfel** (Fig. 17) wird begrenzt von sechs Flächen, die bei ebenmäßiger Entwicklung als Quadrate erscheinen und sich unter Winkeln von 90° schneiden. Sie sind parallel den Hauptsymmetrieebenen oder den Achsenebenen, die Hauptachsen stehen auf ihnen senkrecht. Bei richtiger Stellung ist also dem Beschauer eine Fläche zugewendet. Die zwölf Kanten sind parallel

[1]) Es ist hier wie im folgenden immer von ebenmäßig ausgebildeten Formen die Rede. Bei unebenmäßig ausgebildeten, „verzerrten“ Formen sind die Flächen anders gestaltet. (Vgl. S. 10.)

den Hauptachsen; die Zahl der Ecken, in denen je drei Kanten zusammenstoßen, ist acht. Da jede Fläche nur eine Achse schneidet und den beiden anderen parallel ist, ergibt sich für den Würfel das Symbol: $(a : \infty a : \infty a)$ bezw. $\infty O \infty$ bezw. $\{100\}$.

3. Das Rhombendodekaeder (Fig. 18) hat zwölf Flächen, welche bei ebenmäßiger Entwicklung Rhomben (mit dem Verhältnis der Diagonalen von $1 : \sqrt{2}$ und dem ebenen Winkel von $109^0 28' 16''$ bezw. $70^0 31' 44''$) sind. Dieselben sind parallel den gewöhnlichen Symmetrieebenen, schneiden sich in 24 gleichen Kanten, welche einen Winkelwert von 120^0 haben, und von denen je sechs einander parallel sind, so daß immer sechs Flächen in einer Zone liegen. Die Ecken sind zweierlei, 6 vierflächige und 8 dreiflächige; durch erstere gehen die Hauptachsen, so daß also bei richtiger Stellung eine solche vorn ist und eine Fläche auf den Beschauer zu fällt. Die dreiflächigen Ecken liegen über den Flächen des eingeschriebenen Oktaeders; zwei Flächen, die sich mit ihren spitzen Ecken (in einer vierflächigen Ecke) berühren, schließen einen Winkel von 90^0 ein. Jede Fläche schneidet zwei Hauptachsen in gleicher Entfernung und geht der dritten parallel, woraus sich das Symbol $(a : \infty a : a)$ bezw. ∞O bezw. $\{101\}$ ergibt.

Fig. 18.



Rhombendodekaeder ∞O.

Diese drei Formen — Oktaeder, Hexaeder und Rhombendodekaeder — sind im Gegensatz zu den folgenden invariabele Formen, da in ihren Symbolen nur die Ableitungskoeffizienten 1 und ∞ vorkommen und die begrenzenden Flächen, gleichseitiges Dreieck, Quadrat und Rhombus, unveränderlich sind.

4. Das Ikositetraeder (Fig. 19) wird begrenzt von 24 Flächen, welche Deltoïde sind. Dieselben bilden 48 Kanten, von denen 24 untereinander gleiche längere paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders, 24 untereinander gleiche kürzere zu dritt über den Flächen des eingeschriebenen Oktaeders oder paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Hexaeders liegen. Die Ecken sind 6 gleichkantig vierflächige (an den Ecken des eingeschriebenen Oktaeders), 8 gleichkantig dreiflächige (über den Flächen des eingeschriebenen Oktaeders) und 12 ungleichkantig vierflächige (über den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders). Die Hauptachsen gehen durch die gleichkantig vierflächigen Ecken, eine solche ist also bei richtiger Stellung vorn. Die Flächen liegen so, daß sie eine Achse in einfacher, die anderen beiden in größerer (z. B. 2-, 3- oder m-facher) Entfernung schneiden. Das allgemeine Symbol ist demnach (a : ma : ma) bezw. mOm,

Fig. 19.



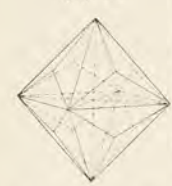
Ikositetraeder 2O2.

bezw. $\{hkk\}$, worin $h > k$ und $\frac{h}{k} = m > 1$. Es gibt, je nach der Größe von m, verschiedene Formen: je größer, d. h. je näher an ∞ der Koeffizient m wird, desto mehr nähert sich das Ikositetraeder in seinem Aussehen einem Würfel $\infty O \infty$; je kleiner m ist, desto mehr nähert es sich dem Oktaeder O, für welches $m = 1$. Die häufigste Form ist das sogenannte „Leucitoeder“ (weil es am Mineral Leucit vorkommt) mit dem Symbol (a : 2a : 2a) bezw. 2O2 bezw. $\{211\}$, welches in Fig. 19 dargestellt ist.

5. Das Triakisoktaeder oder Pyramidenoktaeder wird von 24 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt, welche so angeordnet sind, daß sie zu je drei in einem Oktanten liegen

und somit eine dreiflächige Pyramide über der Fläche des eingeschriebenen Oktaeders bilden. Von den 36 Kanten fallen die 12 längeren mit den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders zusammen, während die übrigen 24 kürzeren zu dritt über den Flächen desselben liegen. Man nennt die ersteren wohl auch kurzweg die Oktaeder-, die letzteren die Pyramidenkanten. Diese stoßen in 8 dreiflächigen gleichkantigen Ecken — den Pyramidenecken — zusammen, während die übrigen 6 achtflächigen 4 + 4 kantigen Ecken durch Pyramiden- und Oktaederkanten gebildet werden; dieselben entsprechen den Ecken des eingeschriebenen Oktaeders und werden durch die kristallographischen Achsen verbunden. Da die Flächen des Pyramidenoktaeders zwei Achsen in gleicher, die dritte in größerer Entfernung schneiden, ist das Symbol dieser Form (a : a : ma) bezw. mO bezw. $\{hhk\}$, worin $h > k$, $\frac{h}{k} = m$. Grenzformen sind das Rhombendodekaeder ∞O und das Oktaeder O (worin $m = 1$). Oktaederähnliche Formen sind vorherrschend, häufig vorkommende Formen sind $\frac{3}{2}O = \{332\}$ und $2O = \{221\}$ (Fig. 20).

Fig. 20.



Triakisoktaeder 2O.

Der Wert der Oktaederkanten schwankt zwischen 109° 28′ (für $m = 1$, d. h. Oktaeder) und 180° (für $m = \infty$, d. h. Rhombendodekaeder), der der Pyramidenkanten zwischen 180° (für $m = 1$) und 120° (für $m = \infty$). Für 2O betragen diese Werte 141° 3′ und 152° 44′. Gleiche Kanten können nicht vorkommen, da sonst $m = 1 + \sqrt{2}$, also irrational würde.

6. Das Tetrakishexaeder oder der Pyramidenwürfel ist ebenfalls ein von gleichschenkligen Dreiecken begrenzter Vierundzwanzigflächner, welcher erscheint als ein

Würfel, auf dessen Flächen vierflächige Pyramiden aufgesetzt sind. Die Kanten sind zweierlei: 12 gleiche längere, entsprechend denen des eingeschriebenen Würfels („Würfelkanten") und 24 kürzere („Pyramidenkanten"), zu je vier über den Flächen des eingeschriebenen Würfels. Die Ecken sind 8 sechsflächige, 3 + 3 kantige „Würfelecken" und 6 vierflächige gleichkantige Pyramidenecken, durch welch letztere die kristallographischen Achsen hindurchgehen. Die Flächen liegen so, daß sie einer Achse parallel sind, eine in

Fig. 21.



Tetrakishexaeder ∞ O 2.

Fig. 22.



Hexakisoktaeder 3 O $\frac{3}{2}$.

einfacher, die andere in größerer Entfernung schneiden, woraus sich das Symbol ableitet: (∞a : a : na) bezw. ∞On bezw. $\{hk0\}$, worin $\frac{h}{k} = n$. Grenzformen sind Würfel ($n = \infty$) und Rhombendodekaeder ($n = 1$); würfelähnliche Formen sind vorherrschend. Gewöhnliche Formen sind $\infty O \frac{3}{2} = \{320\}$ und $\infty O 2 = \{210\}$ (Fig. 21), bei welchem alle Kanten gleich sind (143° 8′).

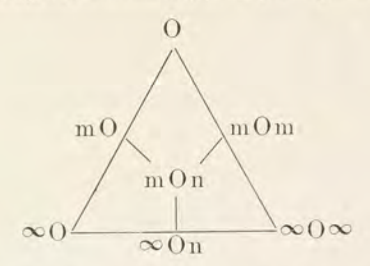
7. Das Hexakisoktaeder oder der Achtundvierzigflächner (Fig. 22) wird von 48 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt, hat 24 längste, 24 mittlere und 24 kürzeste Kanten sowie 26 Ecken, von denen 6 achtflächige 4 + 4 kantige denen des eingeschriebenen Oktaeders entsprechen, 8 sechsflächige 3 + 3-

kantige über den Flächen und 12 vierflächige 2 + 2 kantige über den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders liegen. Die kristallographischen Achsen gehen durch die achtflächigen Ecken, die Flächen schneiden die drei Achsen in verschiedener Entfernung; das Symbol des Achtundvierzigflächners ist demnach (a : ma : na) bezw. mOn bezw. {hkl}, wobei $\frac{h}{l} = m$, $\frac{h}{k} = n$. Diejenigen Achtundvierzigflächner, bei welchen $n = \frac{m}{m-1}$ (wie z. B. $3O\frac{3}{2}$, $4O\frac{4}{3}$), heißen parallelkantige, weil bei ihnen die längsten Kanten mit den Kanten des eingeschriebenen Rhombendodekaeders zusammenfallen und demnach zu je 6 parallel sind; diejenigen, bei welchen $n = \frac{2m}{m+1}$ (wie z. B. $2O\frac{4}{3}$, $3O\frac{3}{2}$), nennt man isogonal, da bei ihnen die längsten und die kürzesten Kanten gleich sind. Das Hexakisoktaeder kann in alle anderen Formen dieser Abteilung übergehen, vorherrschend sind Formen von oktaedrischem oder auch rhombendodekaedrischem Habitus. Eine der häufigsten ist $3O\frac{3}{2}$ (Fig. 22), welche parallelkantig und isogonal ist.

Mit diesen sieben einfachen Formen sind alle möglichen Formen der holoedrischen Abteilung des regulären Systems erschöpft, was man leicht sieht, wenn man sich die Lage der Flächen zu den Achsen vergegenwärtigt:

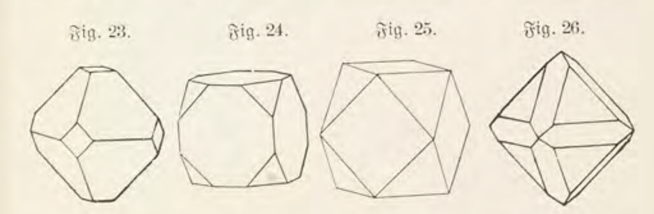
a : a : a	Oktaeder,
a : a : ma	Pyramidenoktaeder,
a : a : ∞a	Rhombendodekaeder,
a : ma : ma	Ikositetraeder,
a : ∞a : ∞a	Würfel,
a : ma : na	Achtundvierzigflächner,
a : ma : ∞a	Pyramidenwürfel.

Den Zusammenhang dieser Formen bringt in übersichtlicher Weise das beistehende Naumannsche Schema zur Darstellung.



Die Flächen der auf einer Seite des Dreiecks stehenden Formen liegen der Reihe nach in einer Zone.

Kombinationen kommen vielfach vor und sind oft sehr flächenreich. Zu ihrer Bezeichnung schreibt man die Symbole der einfachen Formen durch Punkte getrennt nebeneinander, das Symbol der herrschenden Form an erste


Fig. 23. Fig. 24. Fig. 25. Fig. 26.

Stelle. Einige der einfacheren Kombinationen sind folgende: Fig. 23, $O \cdot \infty O \infty$: am Oktaeder stumpft der Würfel die Ecken ab; Fig. 24, $\infty O \infty \cdot O$: am Würfel stumpft das Oktaeder die Ecken ab; Fig. 25, sogenanntes Kuboktaeder: Oktaeder und Würfel gleichmäßig entwickelt; Fig. 26, $O \cdot \infty O$: am Oktaeder stumpft das Rhombendodekaeder die Kanten ab; Fig. 27, $\infty O \infty \cdot \infty O$: auch am Würfel werden

durch das Rhombendodekaeder die Kanten abgestumpft; Fig. 28, O · mO: durch das Pyramidenoktaeder werden die Kanten des Oktaeders zugeschärft, durch den Pyramidenwürfel die des Würfels, wie Fig. 29, ∞O∞ · ∞On zeigt; Fig. 30, O · ∞O · ∞O∞, eine dreizählige Kombination; Fig. 31, ∞O · 2O2: am Rhombendodekaeder stumpft das



Fig. 27. Fig. 28. Fig. 29.

Ikositetraeder (allgemein mOm) die Kanten gerade ab, wenn $m = 2$. Ist $m >$ als 2, so tritt eine Zuschärfung der vierflächigen, ist $m < 2$, eine Zuschärfung der dreiflächigen Ecken auf. Durch einen parallelkantigen Achtundvierzigflächner werden die Kanten des Rhombendodekaeders zugeschärft. (Beispiele: Flußspat, Bleiglanz, Granat.)

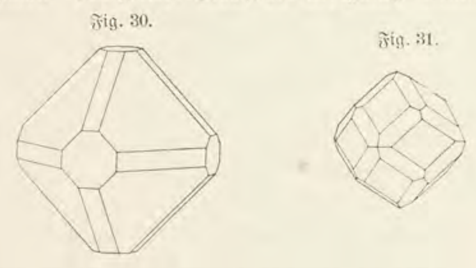


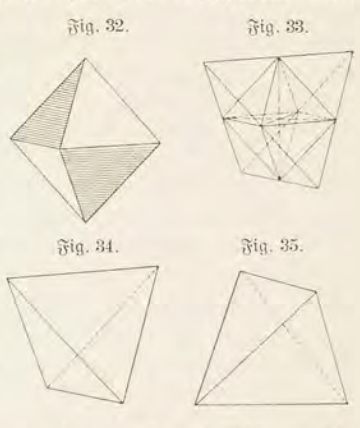
Fig. 30. Fig. 31.

Zur Entzifferung der oft sehr vielflächigen Kombinationen ist es in allen Fällen nützlich, zunächst die Lage der Symmetrieebenen festzustellen. Erkennt man eine Fläche als einer bestimmten Form zugehörig, so bringe man dieselbe in die ihr zukommende richtige Lage, dann sind die

anderen gewöhnlich leicht zu identifizieren. Eine große Erleichterung bietet die Kenntnis der Zonenverhältnisse.

Die tetraedrisch-hemiedrische Abteilung.

Da die holoedrische Abteilung des regulären Systems verschiedene Symmetrieebenen hat, sind verschiedene Arten von Hemiedrie möglich. Denkt man sich zunächst die drei Hauptsymmetrieebenen, das sind die Achsenebenen, welche den Raum in 8 Oktanten teilen, wegfallend, so erhält man eine Klasse von Formen, deren Symmetrieelemente sind:


Fig. 32. Fig. 33. Fig. 34. Fig. 35.

6 Symmetrieebenen, den gewöhnlichen Symmetrieebenen der holoedrischen Abteilung entsprechend;

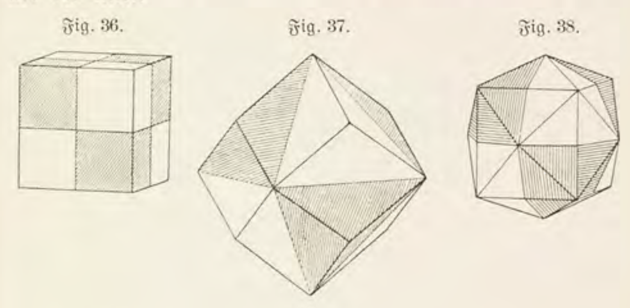
7 Symmetrieachsen, und zwar 3 zweizählige, welche den kristallographischen Hauptachsen entsprechen, und 4 polare dreizählige, welche normal auf den Oktaederflächen stehen (die trigonalen Achsen). Ein Zentrum der Symmetrie ist nicht vorhanden. Es gehört also bei den neu entstehenden Formen nicht, wie in der Holoedrie, zu einer jeden Fläche eine parallele Gegenfläche; deshalb heißt diese Art der Hemiedrie auch die geneigtflächige Hemiedrie.

Das holoedrische Oktaeder wird durch die drei Hauptsymmetrieebenen in acht Einzelflächen zerlegt. Wenn diese abwechselnd wachsen und verschwinden, so entstehen, wie aus den Figuren 32, 33, 34, 35 ersichtlich ist, aus dem

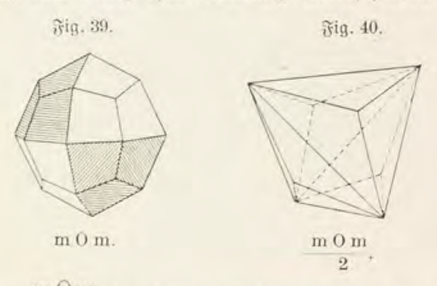
Oktaeder zwei neue Formen, Tetraeder, welche von je vier Flächen begrenzt sind. Die korrelaten Formen sind kongruent und unterscheiden sich nur durch ihre Stellung. Man pflegt sie, wenn das nötig ist, zu unterscheiden, indem man das eine als positiv (+), das andere als negativ (—) bezeichnet. Die Lage der Flächen des Tetraeders Fig. 34 ist gleich der Lage der weißen Flächen am Oktaeder, Fig. 32, durch deren Wachstum es entstanden ist (vgl. Fig. 33), während das Tetraeder Fig. 35 den schraffierten Flächen von Fig. 32 entspricht. Die Flächen des Tetraeders sind gleichseitige Dreiecke, welche sich in sechs gleichen Kanten von 70° 31′ 44″ schneiden und vier gleiche dreiflächige Ecken bilden. Die Aufstellung der hemiedrischen Formen überhaupt, also auch der Tetraeder, erfolgt stets so, daß sie der Stellung der zugehörigen holoedrischen Form entspricht; die kristallographischen Achsen gehen demnach — wie aus Fig. 33 ersichtlich — durch die Mitte der Seiten, eine Kante verläuft oben horizontal und schief, so daß sie den Winkel zwischen den horizontalen kristallographischen Achsen halbiert, die untere horizontale Kante bildet mit der oberen einen Winkel von 90°. Als Symbol für das Tetraeder pflegt man zu schreiben $\frac{1}{2}(a:a:a)$ bezw. $\pm\frac{O}{2}$ bezw. $\varkappa\{111\}$ und $\varkappa\{1\bar{1}1\}$, wobei $\varkappa$, vom griechischen Wort κλίνος = geneigt, die geneigtflächige Hemiedrie bedeutet.

Der Würfel, das Rhombendodekaeder und der Pyramidenwürfel ändern ihre äußere Form nicht, da die wegfallenden Symmetrieebenen auf den Flächen dieser Polyeder senkrecht stehen, also keine Einzelflächen verschwinden können, wie die Figuren 36, 37 und 38 zeigen. Wenn aber auch die Gestalt dieser Formen den hemiedrischen Charakter derselben nicht erkennen läßt, so zeigt das kristallographische Verhalten derselben, z. B. das elek-

trische Verhalten, die Ätzfiguren usw., daß eine Symmetrie nach den Achsenebenen, wie sie in der holoedrischen Abteilung herrscht, nicht mehr vorhanden ist und demnach z. B. beim Würfel die rechte obere Ecke sich anders verhält als die linke.

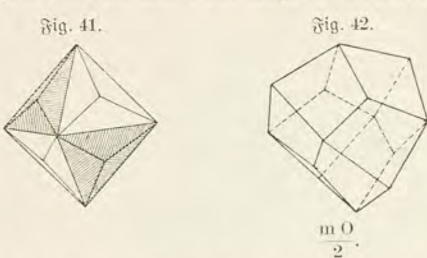

Fig. 36. Fig. 37. Fig. 38.

Das Ikositetraeder liefert zwei Pyramidentetraeder oder Trigondodekaeder (vgl. Fig. 39 und 40), welche sich nur durch ihre Stellung unterscheiden und als


Fig. 39. mOm. Fig. 40. $\frac{mOm}{2}$.

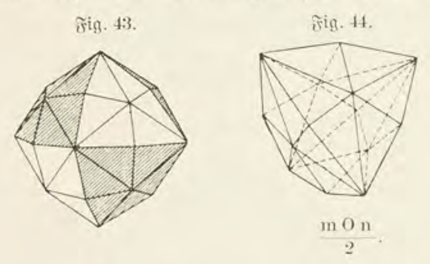
$+$ und $-\frac{mOm}{2}$ bezeichnet werden. Fig. 40 stellt dasjenige dar, welches durch Wachstum der weißen Flächen aus Fig. 39 abgeleitet wird. Die Form ist ein Zwölf-

flächner, welcher von gleichschenkligen Dreiecken begrenzt wird und als Tetraeder, auf dessen Flächen dreiflächige Pyramiden aufgesetzt sind, erscheint. Die kristallographischen Achsen gehen durch die Mitte der langen (Tetraeder-) Kanten.


Fig. 41. Fig. 42.

$\frac{mO}{2}$.

Aus dem Pyramidenoktaeder leiten sich ab zwei Deltoiddodekaeder, Formen, welche von zwölf Deltoiden begrenzt werden und tetraedrischen Habitus haben (vgl. Fig. 41 und 42). Die kristallographischen Achsen gehen


Fig. 43. Fig. 44.

$\frac{mOn}{2}$.

durch die vierflächigen Ecken. Die Bezeichnung ist $\pm \frac{mO}{2}$.

Der Achtundvierzigflächner schließlich ergibt zwei Vierundzwanzigflächner (vgl. Fig. 43 und 44), sogenannte Hexakistetraeder, $\pm \frac{mOn}{2}$. Die Form hat

tetraedrischen Habitus, die Flächen sind ungleichseitige Dreiecke, die kristallographischen Achsen gehen durch die vierflächigen Ecken.

Kombinationen. Es können nur solche Formen miteinander in Kombination treten, welche der gleichen Symmetrieklasse angehören. Fig. 45: $+\frac{O}{2}\cdot-\frac{O}{2}$ zeigt ein Tetraeder, an welchem durch das korrelate Tetraeder (das „Gegentetraeder“) die Ecken abgestumpft sind. Wären beide Tetraeder im Gleichgewicht, so würde eine Form entstehen, welche wie ein Oktaeder aussieht. Der verschiedene Glanz

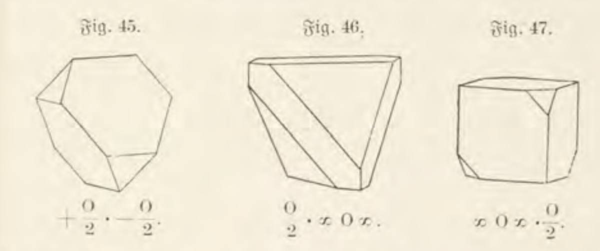


Fig. 45. $+\frac{O}{2}\cdot-\frac{O}{2}$. Fig. 46. $\frac{O}{2}\cdot\infty O\infty$. Fig. 47. $\infty O\infty\cdot\frac{O}{2}$.

der Flächen läßt aber bei den Kristallen, bei welchen das vorkommt (z. B. Zinkblende), gewöhnlich leicht erkennen, daß das vermeintliche Oktaeder keine einfache Form, sondern eine Kombination ist. Fig. 46, $\frac{O}{2}\cdot\infty O\infty$ [1]): der Würfel stumpft am Tetraeder die Kanten ab. Fig. 47, $\infty O\infty\cdot\frac{O}{2}$:

[1]) Man müßte eigentlich konsequenterweise $\frac{\infty O\infty}{2}$ schreiben. Man unterläßt aber gewöhnlich bei den Formen, welche sich morphologisch nicht von den holoedrischen unterscheiden, die besondere Hervorhebung des hemiedrischen Charakters, wenn durch das Vorkommen in Kombination mit anderen hemiedrischen Formen ein Zweifel ausgeschlossen erscheint.

durch das Tetraeder werden am Würfel die abwechselnden Ecken abgestumpft. Fig. 48, $\frac{O}{2} \cdot \infty O$: das Tetraeder erfährt durch das Rhombendodekaeder eine dreiflächige Zuschärfung der Ecken. Fig. 49, $\frac{O}{2} \cdot \frac{mOm}{2}$: durch das Pyramidentetraeder werden die Kanten des Tetraeders zugeschärft. Fig. 50, $\infty O \infty \cdot \infty O \cdot \frac{O}{2}$. (Beispiele: Zinkblende, Fahlerz.)

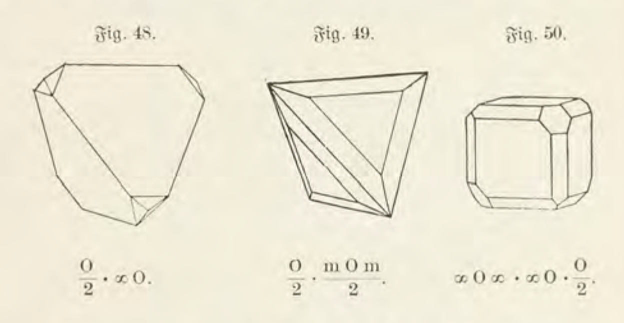


Fig. 48. $\frac{O}{2} \cdot \infty O$. Fig. 49. $\frac{O}{2} \cdot \frac{mOm}{2}$. Fig. 50. $\infty O \infty \cdot \infty O \cdot \frac{O}{2}$.

Die pentagonal-hemiedrische Abteilung.

Die Formen dieser Hemiedrie leitet man aus der Holoedrie ab in der Weise, daß man die sechs gewöhnlichen Symmetrieebenen wegfallen läßt. Die Symmetrieelemente dieser Klasse sind dann:

3 Symmetrieebenen, parallel den Würfelflächen;

7 Symmetrieachsen, und zwar 3 zweizählige, normal zu den Würfelflächen (entsprechend den kristallographischen Hauptachsen), und 4 dreizählige, normal zu den Oktaederflächen.

Zentrum der Symmetrie.

Da in dieser Hemiedrie zu jeder Fläche eine parallele Gegenfläche gehört, so nennt man dieselbe auch die parallelflächige Hemiedrie.

Das Oktaeder, der Würfel, das Rhombendodekaeder, Pyramidenoktaeder und Ikositetraeder bleiben morphologisch unverändert.

Neue Formen liefert der Pyramidenwürfel (vgl. Fig. 51 und 52), und zwar zerfällt derselbe in zwei Pentagondodekaeder (oder Pyritoeder, weil die Form häufig am Mineral Pyrit auftritt). Es sind das Zwölfflächner, die begrenzt werden von symmetrischen Pentagonen, d. h. von Fünfecken, welche 4 gleiche und eine abweichend

Fig. 51.

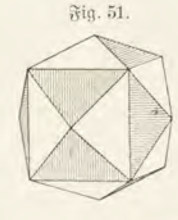


Fig. 52.



$\frac{\infty O n}{2}$.

lange Seite haben. Letztere bilden die 6 Kanten, welche über den Flächen des eingeschriebenen Würfels liegen und durch deren Mitten die kristallographischen Achsen gehen; die übrigen 24 Kanten werden durch die gleichen Seiten der Pentagone gebildet. Die beiden korrelaten Dodekaeder sind kongruent und unterscheiden sich nur durch ihre Stellung; Fig. 52 entspricht den weißen Flächen des Pyramidenwürfels in Fig. 51. Die Bezeichnung ist $\pm \frac{\infty O n}{2}$ oder $\pi\{h0k\}$ bezw. $\pi\{k0h\}$, wobei im Millerschen Sym-

bol π (von παράλληλος) die parallelflächige Hemiedrie bezeichnen soll.

Aus dem Achtundvierzigflächner leiten sich zwei Vierundzwanzigflächner, Dyakisdodekaeder oder Diplo-

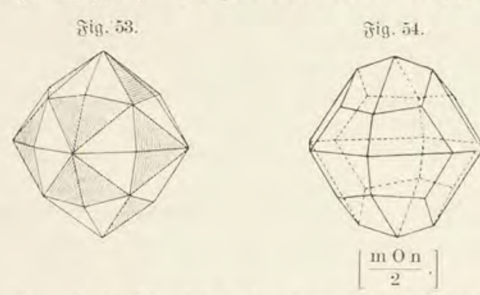


Fig. 53. Fig. 54.

$\left[\frac{m O n}{2}\right]$.

eder, ab, wie in Fig. 53 u. 54 dargestellt. Die kristallographischen Achsen gehen durch die sechs vierflächigen 2 + 2 kantigen Ecken. Die Bezeichnung ist $\pm\left[\frac{m O n}{2}\right]$, wobei die eckigen Klammern zur Unterscheidung vom

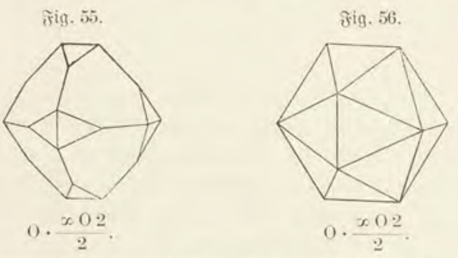


Fig. 55. Fig. 56.

$O \cdot \frac{\infty O 2}{2}$. $O \cdot \frac{\infty O 2}{2}$.

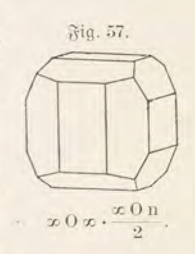
Hexakistetraeder dienen sollen, bezw. $\pi\{hkl\}$ und $\pi\{hlk\}$.

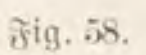
Kombinationen. Fig. 55, $O \cdot \frac{\infty O 2}{2}$: am Oktaeder schärft das Pentagondodekaeder die Ecken zweiflächig zu.

Fig. 56, $O \cdot \frac{\infty O 2}{2}$: beide Formen im Gleichgewicht, bei ebenmäßiger Entwickelung ein Zwanzigflächner (Ikosaeder), bei welchem die gleichseitigen Dreiecke dem Oktaeder, die gleichschenkligen dem Pentagondodekaeder angehören. Nicht selten am **Pyrit** und **Glanzkobalt**. Fig. 57, $\infty O \infty \cdot \frac{\infty O n}{2}$: die Kanten des Würfels werden durch das Pentagondodekaeder **schief** abgestumpft.

Die plagiedrisch-hemiedrische Abteilung.

Fig. 57.

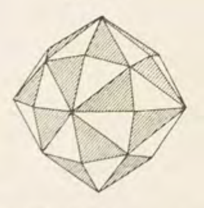




Fallen alle Symmetrieebenen der holoedrischen Abteilung weg, so entsteht die dritte Art der Hemiedrie, die **plagiedrische** oder **gyroedrische**, deren Symmetrieelemente sind:

13 Symmetrieachsen, und zwar: 3 vierzählige, normal auf den Würfelflächen (die kristallographischen Achsen), 4 dreizählige, normal auf den Oktaederflächen und 6 zweizählige, normal auf den Rhombendodekaederflächen.

Fig. 58.

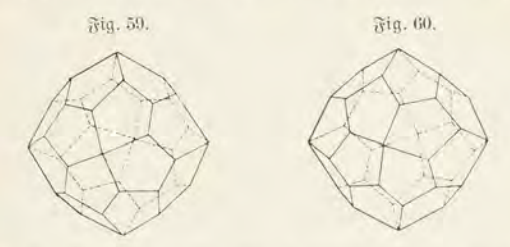


Symmetrieebenen und ein Zentrum der Symmetrie sind nicht vorhanden.

Eine neue Form liefert nur der Achtundvierzigflächner, während die anderen holoedrischen Formen ihrer Gestalt nach (morphologisch) unverändert bleiben. Die Vierundzwanzigflächner, welche sich aus dem Hexakisoktaeder ableiten lassen, heißen **Pentagonikositetraeder** oder

Gyroeder (Fig. 58—60) und zeigen insofern eine Besonderheit im Vergleich zu den bisher betrachteten Hemiedern, als die korrelaten Formen nicht kongruent, sondern spiegelbildlich gleich, d. h. enantiomorph sind. Sie lassen sich also nicht, wie z. B. die Tetraeder, durch Drehung miteinander zur Deckung bringen, sondern verhalten sich wie die rechte und linke Hand. Man bezeichnet deshalb auch das eine als rechtes $\frac{mOn}{2}r$ und das andere als linkes $\frac{mOn}{2}l$. Die Millersche Bezeichnung ist $\gamma\{hlk\}$ und $\gamma\{hkl\}$, worin γ (von γυρός = gebogen) die gyroedrische Hemiedrie bezeichnet

Fig. 59. Fig. 60.



und $h > k > l$. Vertreter dieser Hemiedrie sind im Mineralreich nicht bekannt.

Die tetartoedrische Abteilung.

Wenn man auf die Formen einer Hemiedrie die Gesetze einer anderen anwendet, so erhält man tetartoedrische oder viertelflächige Formen. Es hat sich gezeigt, daß das Resultat bei Anwendung der verschiedenen Hemiedriegesetze das gleiche ist. Die Symmetrieelemente dieser Klasse sind:

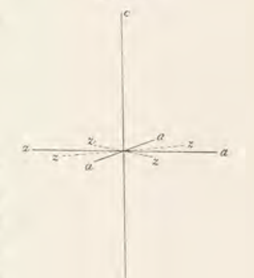
7 Symmetrieachsen, und zwar 3 zweizählige normal zu den Würfelflächen (die kristallographischen Achsen) und 4 dreizählige polare, normal zu den Oktaederflächen.

Leitet man aus dem Achtundvierzigflächner, z. B. nach dem Gesetze der pentagonalen Hemiedrie, zwei Dyakisdodekaeder ab, so läßt sich jedes derselben nach der tetraedrischen Hemiedrie wieder zerlegen in zwei Zwölfflächner, sogenannte tetraedrische Pentagondodekaeder. Das sind enantiomorphe Formen von tetraedrischem Habitus, welche von 12 unsymmetrischen Fünfecken begrenzt werden. Verfährt man in analoger Weise mit den übrigen einfachen Formen der holoedrischen Abteilung, so erhält man aus

dem Pyramidenwürfel zwei Pentagondodekaeder,
dem Pyramidenoktaeder zwei Deltoiddodekaeder,
dem Ikositetraeder zwei Pyramidentetraeder,
dem Oktaeder zwei Tetraeder.

Würfel und Rhombendodekaeder bleiben morphologisch unverändert. Besonders zu bemerken ist, daß an Kristallen der tetartoedrischen Abteilung das Pentagondodekaeder und das Tetraeder zusammen vorkommen können; derartige Kombinationen sind z. B. an künstlichen Kristallen des chlorsauren Natrons beobachtet worden.

Fig. 61.



Das tetragonale System.

Das tetragonale oder quadratische System umfaßt die Formen, welche sich beziehen lassen auf ein Achsensystem, das aus drei aufeinander senkrechten Achsen besteht, von denen zwei gleich sind und die dritte abweichenden Wert hat. Man pflegt das Achsenkreuz (Fig. 61) so zu stellen, daß die beiden gleichen Achsen, die sogenannten Nebenachsen (a), horizontal sind und eine auf den Beschauer zu gerichtet ist; die dritte, die sogenannte Haupt-

achse (c), welche länger oder kürzer als die Nebenachsen sein kann, wird vertikal gestellt. Das Verhältnis der Achsenlängen a : c ist für verschiedene Substanzen verschieden; man pflegt die Länge von a = 1 zu setzen, c ist dann eine irrationale Zahl. So ist z. B. das Achsenverhältnis für Rutil (TiO_2) a : c = 1 : 0·6442 ..., für Jodquecksilber (HgJ_2) a : c = 1 : 1·9955 .... Die Linien, welche in der Ebene der Nebenachsen die Winkel zwischen diesen halbieren, heißen die Zwischenachsen (z in Fig. 61).

Holoedrische Abteilung.

Die Symmetrieelemente dieser Abteilung sind:

5 Symmetrieebenen, davon 1 Hauptsymmetrieebene, die Ebene der Nebenachsen, und 4 gewöhnliche Symmetrieebenen, welche senkrecht darauf stehen, sich in der Hauptachse unter Winkeln von 45° schneiden und von denen 2 gleichwertige (miteinander vertauschbare) durch die Neben-, 2 ebenfalls untereinander gleichwertige durch die Zwischenachsen gehen.

Fig. 62.

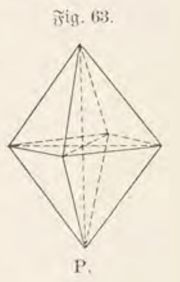
2P.

5 Symmetrieachsen und zwar: eine vierzählige Hauptsymmetrieachse, die kristallographische Hauptachse, normal auf der Hauptsymmetrieebene, und 2 + 2 zweizählige Symmetrieachsen, die Neben- und Zwischenachsen. Zentrum der Symmetrie.

Die Protopyramide oder Pyramide I. Art (Fig. 63) ist diejenige Form, deren Flächen alle drei Achsen in einfacher Entfernung schneidet, der also das Symbol (a : a : c) zukommt. Sie ist eine Doppelpyramide, welche von 8 gleichseitigen

Dreiecken begrenzt wird, hat 4 horizontal verlaufende gleiche Mittel- oder Randkanten und 8 gleiche Pol- oder Scheitelkanten, 2 vierflächige gleichkantige Polecken (oben und unten) und 4 vierflächige 2 + 2 kantige Mittelecken. Die Hauptachse geht durch die Polecken, die Nebenachsen gehen durch die Mittelecken, bei richtiger Stellung ist also — wie beim regulären Oktaeder — eine Kante vorn; der horizontale Querschnitt ist ein Quadrat. Die Bezeichnung ist (a : a : c), wofür Naumann den Buchstaben P eingeführt hat. Das Millersche Symbol ist {111}.

Fig. 63.



P.

Fig. 64.

½ P.

Auf eine solche primäre (d. h. eine Form mit den Ableitungskoeffizienten 1) Protopyramide lassen sich nun andere, sogenannte abgeleitete Pyramiden beziehen, bei welchen die Flächen so liegen, daß sie die Achsen nicht im Verhältnis a : a : c, sondern a : a : mc schneiden. So ist z. B. in Fig. 62 eine solche Protopyramide (a : a : 2c), in Fig. 64 eine solche (a : a : $\frac{1}{2}$ c) dargestellt, d. h. bei diesen Pyramiden liegen die Flächen so, daß sie in bezug auf die primäre Pyramide (Fig. 63) die Nebenachsen in gleicher, die Hauptachse in doppelter bzw. halber Entfernung vom Mittelpunkt des Koordinatensystems schneiden. Man pflegt die abgeleiteten Pyramiden immer so zu bezeichnen, daß man die Nebenachsen unverändert läßt und den Ableitungskoeffizienten m (welcher immer eine rationale Zahl sein muß) für die Hauptachse angibt. Im Naumannschen Symbol wird der Ableitungskoeffizient, welcher sich auf die Hauptachse bezieht, vor den Buchstaben P gesetzt, im Millerschen werden die reziproken Werte der Weißschen Ableitungs-

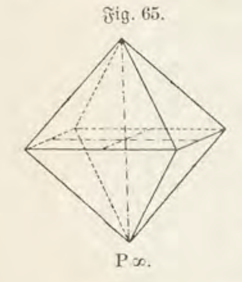
koeffizienten angegeben, der zur Hauptachse gehörende steht immer an dritter Stelle; also:

$$a : a : mc = mP = \{hhl\}, \text{ worin } \frac{h}{l} = m$$

$$a : a : 2c = 2P = \{221\}$$
$$a : a : \tfrac{1}{2}c = \tfrac{1}{2}P = \{112\}.$$

Ist m größer als 1, so ist die abgeleitete Pyramide spitzer, ist es kleiner als 1, stumpfer als die primäre; im Millerschen Symbol ist im ersteren Falle $h > l$, im letzteren $h < l$.

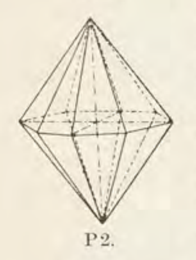
Fig. 65.



P ∞.

Die Deuteropyramide (Pyramide II. Art) (Fig. 65) unterscheidet sich in ihrer Form nicht von der Protopyramide, wohl aber in ihrer Stellung. Ihre Flächen liegen nämlich so, daß sie nur zwei Achsen, die Hauptachse und eine Nebenachse schneiden und der anderen Achse parallel gehen. Bei der üblichen Aufstellung ist deshalb eine Fläche vorn und die Nebenachsen gehen durch die Mitten der Mittelkanten. Ihr Symbol ist deshalb $(a : \infty a : c)$ oder allgemein, da auch abgeleitete Pyramiden möglich sind, $(a : \infty a : m c)$ bzw. $m P \infty$ (das Zeichen vor P bezieht sich auf die Haupt-, das hinter P auf die Nebenachse) bzw. $\{h0l\}$, worin $\frac{h}{l} = m$.

Fig. 66.



P2.

Die ditetragonale Pyramide (Fig. 66) hat sechszehn Flächen, welche so liegen, daß sie alle drei Achsen in verschiedener Entfernung schneiden. Von den 16 Polkanten

sind 8 längere schärfere, 8 kürzere stumpfere, die Zahl der Mittelkanten ist 8. Der horizontale Querschnitt ist ein Ditetragon, d. i. ein gleichseitiges Achteck mit abwechselnd gleichen Winkeln. Außer den zwei achtflächigen Polecken sind 4 spitzere und 4 stumpfere 2 + 2 kantige Randecken vorhanden. Die Hauptachse geht durch die Polecken, die Nebenachsen durch die spitzeren oder stumpferen Randecken. Das allgemeine Zeichen ist (a : na : mc) bzw. mPn bezw. {hkl}, worin $\frac{h}{l} = m$, $\frac{h}{k} = n$. Grenzformen sind die Protopyramide, wenn $n = 1$, und die Deuteropyramide, wenn $n = \infty$. Ditetragonale Pyramiden mit gleichen Polkanten, deren horizontaler Querschnitt also ein reguläres Achteck mit lauter gleichen Winkeln wäre, können in der Kristallwelt nicht vorkommen, da für solche der Ableitungskoeffizient n einen irrationalen Wert, nämlich $= \operatorname{tg} 67^{0} 30'$ $= 2.4142\ldots$, haben würde.

Fig. 67.



∞P.

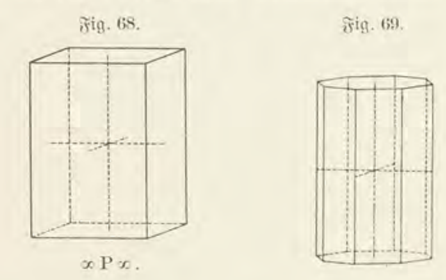
Wird für die beschriebenen Pyramiden der Ableitungskoeffizient m immer größer, so werden die Pyramiden immer spitzer, die Mittelkanten immer stumpfer, bis diese bei $m = \infty$ einen Wert von 180^{0} erreichen, d. h. die obere und untere Fläche in eine zusammenfallen. Dann entstehen sogenannte Prismen, Formen, deren Flächen die Hauptachse in der Unendlichkeit schneiden, d. h. ihr parallel sind. Es sind das „offene" Formen, welche bei der üblichen Aufstellung den Raum oben und unten nicht begrenzen und deshalb nicht für sich allein sondern nur in Kombinationen auftreten können.

Aus der Protopyramide entsteht so das Protoprisma oder Prisma I. Art (Fig. 67)[1], welches von 4 Flächen

[1]) Die Prismen in Fig. 67, 68 und 69 sind oben und unten durch die Basis (vgl. folgende Seite) begrenzt.

begrenzt ist, die sich unter rechten Winkeln schneiden, der Hauptachse parallel sind und die Nebenachsen in gleicher Entfernung schneiden. Die letzteren gehen durch die Kanten, eine Kante ist vorn. Die Bezeichnung ist (a : a : ∞ c), bzw. ∞P bzw. {110}.

Das Deuteroprisma (Prisma II. Art, Fig. 68) leitet sich aus der Deuteropyramide ab und unterscheidet sich von dem Protoprisma nur durch seine Stellung: es ist eine Fläche vorn, die Nebenachsen stehen auf den Flächen senkrecht. Die Bezeichnung ist (a : ∞a : ∞ c) bzw. ∞ P ∞ bezw. {100}. Die Flächen des Proto- und Deuteroprismas sind parallel den gewöhnlichen Symmetrieebenen.


Fig. 68. ∞ P ∞. Fig. 69.

Das ditetragonale Prisma (Fig. 69) hat 8 Flächen, 8 abwechselnd gleiche Kanten, der Querschnitt ist ein Ditetragon. Die Bezeichnung ist (a : n a : ∞ c) bzw. ∞ P n bzw. {h k 0}, worin $\frac{h}{k} = n$.

Schließlich ist noch das basische Pinakoid[1]) oder die Basis zu nennen, eine Form, welche aus zwei, den

[1]) Allgemein nennt man pyramidale Formen diejenigen, deren Flächen drei Achsen schneiden, prismatische solche, welche einer, pinakoidale solche, welche zwei Achsen parallel sind.

Nebenachsen bzw. der Hauptsymmetrieebene parallelen Flächen besteht und den Raum nach den Seiten offen läßt. Sie ist in unseren Figuren 67—69 dargestellt als das Flächenpaar, welches die Prismen oben und unten begrenzt. Die Bezeichnung ist $(\infty a : \infty a : c)$ bzw. $0P$ bzw. $\{001\}$.

Der Zonenzusammenhang ergibt sich aus folgendem

Fig. 70. Fig. 71. Fig. 72. Fig. 73.

Schema, worin die horizontalen und die vertikalen Reihen jedesmal eine Zone bezeichnen:

$$
\begin{array}{ccc}
0P & 0P & 0P \\
\frac{1}{m}P & \frac{1}{m}Pn & \frac{1}{m}P\infty \\
P & Pn & P\infty \\
mP & mPn & mP\infty \\
\infty P & \infty Pn & \infty P\infty .
\end{array}
$$

Kombinationen: Fig. 70: $\infty P \cdot P$: Prisma und Pyramide gleicher (I) Art. Fig. 71: $\infty P\infty \cdot P$: Prisma (II) und Pyramide (I) verschiedener Art. Fig. 72: $P \cdot \frac{1}{m}P$: zwei Pyramiden gleicher Art. Fig. 73: $P \cdot 0P$: Pyramide, deren

Polecken durch die Basis abgestumpft sind. Fig. 74: $\infty P \cdot P \cdot 2P\infty$. (Beispiele: Zirkon, Vesuvian.)

Hemimorphie der holoedrischen Abteilung.

Die Hemimorphie nach der Hauptachse läßt sich auffassen als eine Hemiedrie nach der Hauptsymmetrieebene. Infolge derselben entstehen Formen, welche nur noch die 4 gewöhnlichen Symmetrieebenen haben und eine vierzählige polare Symmetrieachse, die Hauptachse. Die Pyramiden sowie die Basis zerfallen in eine obere und eine untere, voneinander unabhängige Hälfte, so daß z. B. Kombinationen

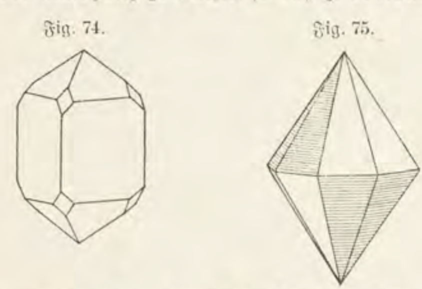


Fig. 74. Fig. 75.

auftreten, welche oben durch die Flächen einer Pyramide, unten durch das basische Pinakoid — welches oben nicht vorhanden ist — begrenzt werden. Die Prismen bleiben ihrer Gestalt nach unverändert.

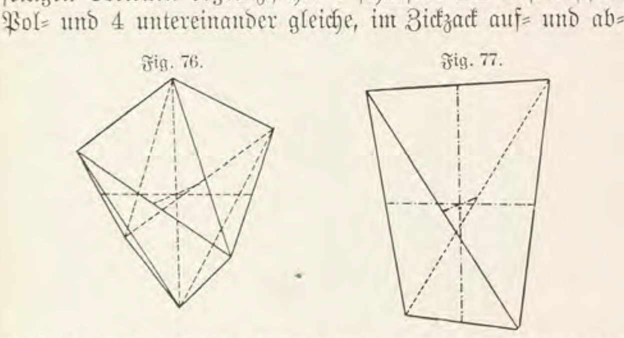
Die sphenoidisch-hemiedrische Abteilung.

Diese Hemiedrie leitet man aus der Holoedrie ab, indem man die Hauptsymmetrieebene und die zwei durch die Nebenachsen gehenden (also den Flächen des Deuteroprismas parallelen) gewöhnlichen Symmetrieebenen wegfallen läßt. Die Zerlegung der ditetragonalen Pyramide zeigt Fig. 75. Die Symmetrieelemente dieser Abteilung sind:

2 Symmetrieebenen, parallel den Flächen des Protoprismas;

3 zweizählige Symmetrieachsen, die Hauptachse und die Zwischenachsen.

Aus der ditetragonalen Pyramide leiten sich ab zwei tetragonale Skalenoeder $\pm \frac{mPn}{2}$, welche kongruent und nur durch ihre Stellung verschieden sind; dasjenige, welches durch Wachstum der weißen Flächen in Fig. 75 entstanden ist, ist in Fig. 76 dargestellt. Die Form ist von 8 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt, hat 4 schärfere und 4 stumpfere Pol- und 4 untereinander gleiche, im Zickzack auf- und ab-


Fig. 76. Fig. 77.

steigende Mittelkanten, durch deren Mitte die Nebenachsen gehen.

Die Protopyramide liefert 2 Sphenoide $\pm \frac{mP}{2}$, tetraederähnliche Formen (vgl. Fig. 77), welche aber nicht von gleichseitigen, sondern von gleichschenkligen Dreiecken begrenzt werden. Die Kanten sind zweierlei, 2 senkrecht zueinander verlaufende horizontale Polkanten und 4 gleiche im Zickzack auf- und absteigende Mittelkanten. Die Achsen gehen durch die Mitte der Kanten.

Die übrigen Formen bleiben unverändert. (Beispiel: Kupferkies.)

Die pyramidal-hemiedrische Abteilung.

Die Formen dieser Hemiedrie entstehen aus der Holoedrie durch Wegfallen der gewöhnlichen Symmetrieebenen. Die Teilung der ditetragonalen Pyramide zeigt Fig. 78. Die Symmetrieelemente dieser Abteilung sind:

1 *Symmetrieebene*, die Basis;

1 vierzählige *Symmetrieachse*, die kristallographische Hauptachse;

Zentrum der Symmetrie.

Fig. 78.

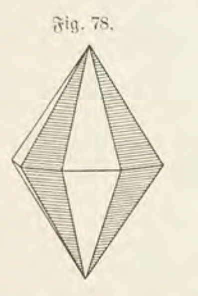
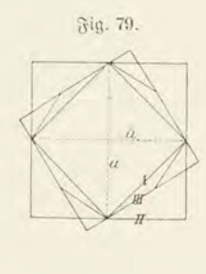


Fig. 79.



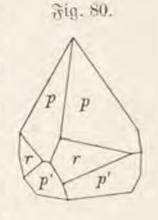
Die ditetragonale Pyramide zerfällt in zwei *Tritopyramiden* (Pyramiden III. Art) $+\left[\frac{mPn}{2}\right]$ und $-\left[\frac{mPn}{2}\right]$. Die Tritopyramide unterscheidet sich von der Pyramide I. oder II. Art nicht in ihrer Form, wohl aber in ihrer Stellung. Fig. 79 stellt Querschnitte nach der Basis durch die Pyramiden I., II. und III. Art dar, und es ist daraus die verwendete Stellung der Tritopyramide und die Lage ihrer Flächen zu den Nebenachsen (a) zu erkennen.

In analoger Weise liefert das ditetragonale Prisma zwei Tritoprismen, $\pm\left[\frac{\infty P n}{2}\right]$, vierflächige Prismen, welche sich in ihrer Form nicht, in ihrer Stellung ebenso wie die Tritopyramide von den Pyramiden, von den Prismen I. und II. Art unterscheiden.

Die anderen holoedrischen Formen bleiben unverändert. (Beispiel: Scheelit.)

Die Formen dieser Hemiedrie können ebenso wie die der Holoedrie hemimorph werden, indem die Basis als Symmetrieebene wegfällt. Es bleibt dann nur noch die Hauptachse als polare vierzählige Symmetrieachse, und die Pyramiden sowie die Basis zerfallen in eine obere und eine untere voneinander unabhängige Hälfte, während die Prismen unverändert bleiben. Als Beispiel diene die beistehende Fig. 80, welche eine Kombination des Minerals Wulfenit darstellt. Oben tritt die primäre Protopyramide P (p) auf, deren Ecken schief abgestumpft werden durch das Tritoprisma r $\left[\frac{\infty P \frac{4}{3}}{2}\right]$, unten wird die Polecke der unteren Hälfte der Pyramide P (p′) durch die Basis, welche oben fehlt, abgestumpft.

Fig. 80.



Fallen alle Symmetrieebenen weg, so entsteht die trapezoedrische Hemiedrie, bei welcher die ditetragonale Pyramide in ein rechtes und ein linkes tetragonales Trapezoeder zerfällt; die übrigen Formen bleiben unverändert. Symmetrieelemente: 5 Symmetrieachsen: 1 vierzählige und 4 zweizählige.

Es läßt sich auch noch eine Tetartoedrie aus der Holoedrie ableiten, für welche aber Beispiele bisher noch nicht bekannt geworden sind.

Das hexagonale System.

Das hexagonale System umfaßt die Formen, welche sich beziehen lassen auf 4 Achsen, wovon 3 gleichwertige Nebenachsen (a) in einer Ebene liegen und sich unter Winkeln von 60° schneiden; die vierte, die Hauptachse (c), hat abweichenden Wert und steht senkrecht auf den Nebenachsen. Die Hauptachse wird vertikal gestellt, die Nebenachsen horizontal und zwar so, daß eine quer verläuft und die beiden andern sich nach vorn öffnen. Vgl. Fig. 81, das hexagonale Achsenkreuz, und Fig. 82, die Nebenachsen (a)

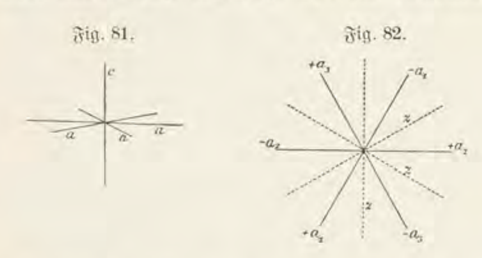


Fig. 81. Fig. 82.

mit den Zwischenachsen (z), welche die Winkel der Nebenachsen halbieren. Für die Bezeichnung der Flächen durch Parameter unterscheidet man jetzt allgemein die gleichen Nebenachsen als a_1, a_2, a_3 und bezeichnet sie als + und —, wie das aus Fig. 82 zu ersehen ist.

Sollen die Flächen hexagonaler Kristallformen durch Achsenabschnitte angegeben werden, so genügen natürlich drei — einer auf der Hauptachse und zwei auf zwei Nebenachsen, da die Lage einer Ebene im Raum durch drei Koordinaten vollkommen bestimmt ist. Man gibt aber gewöhnlich die Abschnitte auf allen vier Achsen an und schreibt das Weißsche Symbol allgemein xa : sa : a : mc oder die

Indices nach Bravais hikl; der letzte l bezieht sich immer auf die Hauptachse, die drei andern auf die Nebenachsen a_1, a_2, a_3. Bei der oben angegebenen Anordnung der positiven und negativen Seiten der Nebenachsen muß einer natürlich immer ein anderes Vorzeichen haben als die beiden anderen. Zwischen den Ableitungskoeffizienten bzw. Indices der Nebenachsen besteht nun die Beziehung, daß

$$x = \frac{s}{s-1} \text{ und } h + i + k = 0.$$

Es läßt sich also einer der Ableitungskoeffizienten bzw. Indices der Nebenachsen aus den beiden anderen immer leicht berechnen.

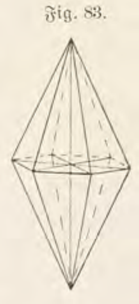
Von den zwölf Unterabteilungen des hexagonalen Systems sollen nur die wichtigsten behandelt werden.

Die holoedrische Abteilung.

Die Symmetrieelemente sind:

7 Symmetrieebenen, nämlich: 1 Hauptsymmetrieebene parallel der Ebene der Nebenachsen und 6 gewöhnliche Symmetrieebenen, welche senkrecht auf der Hauptsymmetrieebene stehen, sich unter 30^0 schneiden und von denen 3 gleichwertige (miteinander vertauschbare) durch die Neben-, 3 gleichwertige durch die Zwischenachsen gehen.

Fig. 83.



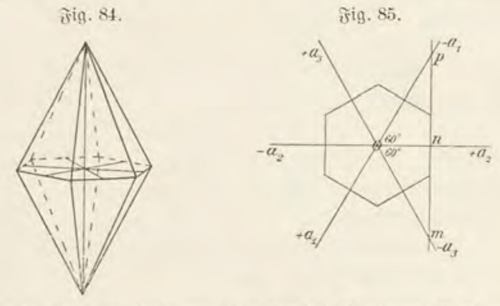
7 Symmetrieachsen: 1 sechszählige Hauptsymmetrieachse, die kristallographische Hauptachse, und 3 + 3 zweizählige Symmetrieachsen, die Neben- und die Zwischenachsen.

Zentrum der Symmetrie.

Die Protopyramide (Pyramide I. Art, Fig. 83) ist eine Doppelpyramide, welche von 12 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt wird, 12 gleiche Polkanten und 6 horizontal verlaufende gleiche Mittelkanten, 2 Pol-

und 6 Mittelecken hat. Die Hauptachse geht durch die Pol-, die Nebenachsen gehen durch die Mittelecken. Bei richtiger Stellung ist also eine Fläche vorn, nicht eine Kante. Die Flächen liegen so, daß sie die Hauptachse und zwei Nebenachsen schneiden, der dritten Nebenachse parallel gehen, und so erhalten wir das Symbol $(a : \infty a : a : c)$ bzw. P bzw. $\{10\bar{1}1\}$ für die primäre und $(a : \infty a : a : mc)$ bzw. mP bzw. $\{h0\bar{h}l\}$, worin $\frac{h}{l} = m$, für die abgeleiteten Pyramiden.

Die **Deuteropyramide** (Pyramide II. Art, Fig. 84) unterscheidet sich von der Protopyramide nur durch ihre Stellung. Bei ihr gehen die Nebenachsen durch die Mitte

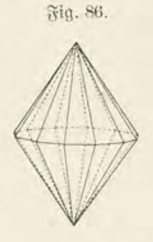


der Seitenkanten, bei der üblichen Aufstellung ist dann eine Kante vorn. Die Flächen liegen so, daß sie eine Nebenachse in einfacher, die anderen beiden in doppelter Entfernung schneiden, wie aus Fig. 85 ersichtlich: Stellt die Linie mp die Durchschnittslinie einer Fläche der Pyramide II. Art mit der Ebene der Nebenachsen vor, so steht dieselbe senkrecht auf der Achse a_2. In dem rechtwinkligen Dreieck Omn ist $Om = \frac{On}{\cos 60^0}$; $\cos 60^0 = \frac{1}{2}$, also wenn $On = 1$, ist $Om = 2$.

Auf dieselbe Weise ergibt sich, daß Op = 2, d. h. wird eine Achse in einfacher, so werden die beiden anderen in doppelter Entfernung geschnitten. Die Bezeichnung ist demnach allgemein (2a : 2a : a : mc) bzw. mP2 bzw. $\{h \cdot h \cdot \overline{2h} \cdot l\}$, worin $\frac{2h}{l} = m$.

Die dihexagonale Pyramide (Fig. 86) wird von 24 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt, hat 12 längere und 12 kürzere Polkanten, 12 gleiche horizontale Mittelkanten, 2 Polecken, durch welche die Hauptachse geht, 6 stumpfere und 6 spitzere Mittelecken, durch welche die Neben- und Zwischenachsen gehen. Der horizontale Querschnitt ist ein Dihexagon, d. h. ein Zwölfeck mit abwechselnd gleichen Winkeln. Die Flächen liegen so, daß sie alle Achsen in verschiedener Entfernung schneiden, und daraus ergibt sich das Symbol $(\frac{s}{s-1} a : sa : a : mc)$ bzw. mPn, worin $n = \frac{s}{s-1}$ bzw. $\{h\bar{i}\bar{k}l\}$, worin $h > k > i$, $\frac{h}{l} = m$, $\frac{h}{k} = n$ und $h + i + k = 0$ (vgl. S. 65). Der Wert von n in mPn muß zwischen 1 und 2 liegen, denn für n = 1 wird die Form eine Protopyramide (mP) und für n = 2 eine Deuteropyramide (mP2) z. B. $(\frac{3}{2}a : 3a : a : 3c) = 3P\frac{3}{2} = \{3\bar{1}\bar{2}1\}$.

Fig. 86.



Wie im tetragonalen System gehören auch hier zu den Pyramiden die entsprechenden Prismen:

Das **Protoprisma** (Prisma I. Art, Fig. 87) hat sechs Flächen, welche der Hauptachse parallel sind: die Nebenachsen gehen durch die Kanten (120°), eine Fläche ist vorn. Die Bezeichnung ist $(a : \infty a : a : \infty c)$ bzw. ∞P bzw. $\{10\bar{1}0\}$.

Das **Deuteroprisma** (Prisma II. Art, Fig. 88) hat dieselbe Form wie das Protoprisma; die Stellung ist so, daß die Nebenachsen senkrecht auf den Flächen sind und eine

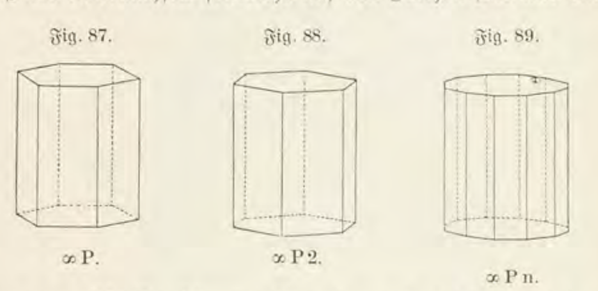


Fig. 87. $\infty P.$ Fig. 88. $\infty P2.$ Fig. 89. $\infty Pn.$

Kante vorn ist. Bezeichnung: $(2a : 2a : a : \infty c)$ bzw. $\infty P2$ bzw. $\{11\bar{2}0\}$.

Das **dihexagonale Prisma** (Fig. 89) hat 12 der Hauptachse parallele Flächen, die sich in abwechselnd gleichen Kanten schneiden; der Querschnitt ist ein Dihexagon. Bezeichnung: $(\frac{s}{s-1}\, a : sa : a : \infty c)$ bzw. ∞Pn bzw. $\{h\bar{i}\bar{k}0\}$, worin $h + i + k = 0$, $h > k > i$ und $n = \frac{h}{k}$.

Die **Basis** oder das **basische Pinakoid** ist ein Flächenpaar, welches den Nebenachsen (der Hauptsymmetrieebene) parallel ist; in unseren Figuren 87—89 schließt sie die Prismen nach oben und unten ab. Bezeichnung: $(\infty a : \infty a : \infty a : c)$ bzw. $0P$ bzw. $\{0001\}$.

Der Zonenzusammenhang der Formen dieser Abteilung ergibt sich aus folgendem Schema:

0P	0P	0P
$\frac{1}{m}$P	$\frac{1}{m}$Pn	$\frac{1}{m}$P2
P	Pn	P2
mP	mPn	mP2
∞P	∞Pn	∞P2.

Die Hemimorphie der holoedrischen Abteilung, bei welcher sich die beiden Pole der Hauptachse verschieden verhalten, also die Hauptsymmetrieebene weggefallen ist und Pyramiden und Basis in je eine obere und untere voneinander unabhängige Hälften zerfallen, ist z. B. am Jodsilber beobachtet worden.

Die rhomboedrisch-hemiedrische Abteilung.

Die rhomboedrische Hemiedrie leitet man aus der Holoedrie ab, indem man die Hauptsymmetrieebene und die drei gewöhnlichen Symmetrieebenen, welche durch die Nebenachsen (parallel den Flächen des Prismas erster Art) gehen, wegfallen läßt. Die Symmetrieelemente dieser Abteilung sind:

3 Symmetrieebenen, parallel den Flächen des Prismas zweiter Art.

4 Symmetrieachsen, und zwar eine dreizählige, die kristallographische Hauptachse, und drei zweizählige, die Nebenachsen.

Zentrum der Symmetrie.

Die dihexagonale Pyramide liefert zwei nur durch ihre

Stellung verschiedene Skalenoeder (vgl. Fig. 90 und 91) $+\frac{mPn}{2}$ bzw. $\varkappa\,\{ki\bar{h}l\}$ und $-\frac{mPn}{2}$ bzw. $\varkappa\,\{ik\bar{h}l\}$. Das Skalenoeder wird begrenzt von zwölf ungleichseitigen Drei-

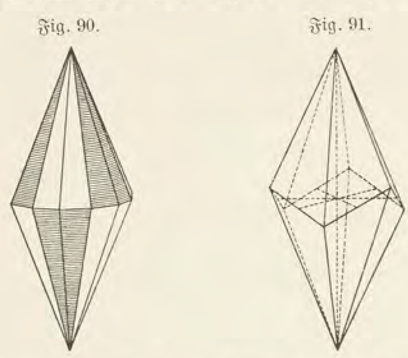


Fig. 90. Fig. 91.

ecken, hat sechs längere stumpfere und sechs kürzere schärfere Polkanten sowie sechs gleiche im Zickzack auf- und absteigende Mittelkanten, zwei Pol- und sechs Mittelecken. Die Hauptachse geht durch die Polecken, die Nebenachsen verbinden die Mitten der Mittelkanten.

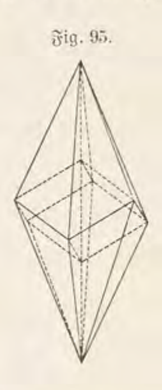


Fig. 92. Fig. 93. Fig. 94.

Aus der Protopyramide entstehen zwei durch ihre Stellung verschiedene Rhomboeder (vgl. Fig. 92, 93, 94) $+\frac{mP}{2}$ bzw. $\varkappa\,\{h0\bar{h}l\}$ (Fig. 92) und $-\frac{mP}{2}$ bzw. $\varkappa\,\{0h\bar{h}l\}$

(Fig. 94). Dieselben sind begrenzt von sechs Rhomben, haben sechs gleiche Pol- und sechs gleiche im Zickzack auf- und absteigende Mittelkanten, zwei Polecken, in denen je drei gleiche Polkanten zusammenstoßen, und sechs (zwei- und einkantige) Mittelecken. Die Hauptachse geht durch die Polecken, die Nebenachsen durch die Mitten der Mittelkanten (s. Fig. 92). Der Winkelwert der Polkanten ist das Supplement des Wertes der Mittelkanten. Die übrigen Formen der holoedrischen Abteilung bleiben unverändert.

Fig. 95.



Bezeichnungsweise nach Naumann. Da die rhomboedrischen Formen sehr häufig sind, hat sich die von Naumann eingeführte Bezeichnungsweise, welche kürzer ist und gewisse Beziehungen unter den einzelnen Formen besser her- hervortreten läßt, als die gewöhnliche Bezeichnung hemiedrischer Formen, allgemein eingebürgert. Danach schreibt man für das Rhomboeder $+\frac{P}{2}$ einfach $+R$, für $-\frac{P}{2}$ $-R$ und allgemein für $\pm\frac{mP}{2}$ $\pm mR$. Zu jedem Rhomboeder gibt es nun eine Reihe von Skalenoedern, deren Mittelkanten mit denen des Rhomboeders zusammenfallen, wie das in Fig. 95 für unser Rhomboeder Fig. 92 dargestellt ist. Kennt man das Verhältnis, in welchem die Länge der Hauptachse des Rhomboeders zu der des Skalenoeders steht (in unserer Fig. 95 = 1:3), so ist letzteres vollkommen bestimmt. Man bezeichnet nun die Skalenoeder allgemein durch das Symbol mRn, worin mR das „Rhomboeder der Mittelkanten“ bezeichnet und die Zahl n angibt,

wievielmal länger die Hauptachse des Skalenoeders ist als die des Rhomboeders mR. Wenn in Fig. 95 das Rhomboeder das Zeichen $+R$ hat, so ist das dort dargestellte Skalenoeder $+R3$. Es ist zu beachten, daß hier die *hinter* dem Buchstaben R stehende Zahl sich nicht (wie sonst immer in den Naumannschen Formeln) auf die Nebenachsen, sondern auf die Hauptachse bezieht.

Häufig bezeichnet man auch das Prisma ∞P als ∞R und die Basis $0P$ als $0R$, während die übrigen Symbole unverändert bleiben ($mP2$, $\infty P2$, ∞Pn).

Für die Umrechnung der abgekürzten Naumannschen Symbole in die gewöhnlichen gelten folgende Formeln:

$$mRn = \frac{mnP\frac{2n}{n+1}}{2} \quad \text{z. B.: } 2R2 = \frac{4P\frac{4}{3}}{2}$$

$$\frac{mPn}{2} = \frac{m(2-n)}{n} R \frac{n}{2-n} \quad \text{z. B.: } \frac{4P\frac{4}{3}}{2} = 2R2$$

$$\varkappa\{h\bar{i}\bar{k}l\} = \frac{2k-h}{l} R \frac{h}{2k-h} \quad \text{z. B.: } \varkappa\{4\bar{1}\bar{3}1\} = 2R2$$

$$mRn = \varkappa\{2n \cdot -(n-1) \cdot -(n+1) \cdot \frac{2}{m} \quad \text{z. B.: } 2R2 = \varkappa\{4\bar{1}\bar{3}1\}.$$

Kombinationen dieser Abteilung sind reichlich vorhanden und oft sehr flächenreich. Gute Beispiele geben Kalkspat, Korund, Eisenglanz u. a. Bei der Kombination des Rhomboeders (einerlei, ob dasselbe sich in positiver oder negativer Stellung befindet und ob es ein primäres oder ein abgeleitetes Rhomboeder ist) mit dem Prisma I. Art (vgl.

Fig. 96: ∞R. R.) liegen die Prismenflächen unter den Rhomboederkanten; die Flächen des Prismas II. Art (vgl. Fig. 97: ∞P2.R) liegen zu zweit unter den Flächen des Rhomboeders und stumpfen dessen Kanten gerade ab. Die Polkanten des Rhomboeders $\pm$mR werden gerade abgestumpft durch die Flächen des Rhomboeders $\mp \frac{m}{2}$R, also die von R durch $-\frac{1}{2}$R, wie in Fig. 98 dargestellt. Fig. 99 zeigt die Kombination des Skalenoeders R3 mit seinem Rhomboeder der Mittelkanten. Die Kombinationskanten sind den Mittelkanten des Skalenoeders parallel, die Flächen des Rhom-

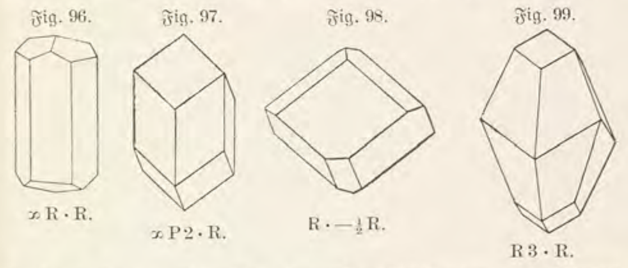


Fig. 96. ∞R · R.

Fig. 97. ∞P2 · R.

Fig. 98. R · $-\frac{1}{2}$R.

Fig. 99. R3 · R.

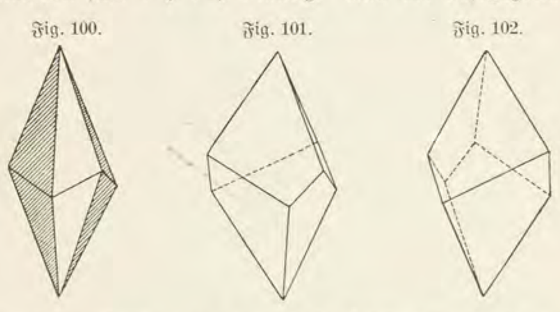
boeders liegen über den stumpfen Polkanten des Skalenoeders, wie immer, wenn mRn und mR gleiches Vorzeichen haben. Treten zwei Skalenoeder mRn und m'Rn' miteinander in Kombination, so sind die Kombinationskanten horizontal wenn n = n', parallel den Mittelkanten wenn m = m'. An der Pyramide II. Art $\frac{4}{3}$P2 stumpft das Rhomboeder R die abwechselnden Polkanten gerade ab.

Die trapezoedrisch-tetartoedrische Abteilung.

Läßt man für die Formen der rhomboedrischen Hemiedrie die noch vorhandenen drei Symmetrieebenen in Wegfall kommen, so entstehen tetartoedrische Formen mit

4 Symmetrieachsen, wovon eine dreizählig ist — die kristallographische Hauptachse, und die anderen, die drei Nebenachsen, zweizählig und polar sind.

Das Skalenoeder Fig. 100 liefert zwei enantiomorphe trigonale Trapezoeder (Fig. 101 und 102), welche als linkes und rechtes unterschieden werden. Sie sind von sechs gleichen Trapezen begrenzt, haben sechs gleiche Polkanten, drei schärfere und drei stumpfere im Zickzack auf- und absteigende Mittelkanten. Die Hauptachse geht durch die beiden dreikantigen Polecken, die Nebenachsen durch die Mittelkanten, die sechs Mittelecken sind 1 + 1 + 1 kantig. Aus der dihexagonalen


Fig. 100. Fig. 101. Fig. 102.

Pyramide entstehen naturgemäß vier solche Trapezoeder und zwar aus dem Skalenoeder $+\frac{mPn}{2}$ die beiden

$+\frac{mPn}{4}r$ bzw. $\varkappa\tau\{ki\bar{h}l\}$ und $+\frac{mPn}{4}l$ bzw. $\varkappa\tau\{h\bar{i}\bar{k}l\}$,

aus dem Skalenoeder $-\frac{mPn}{2}$ die beiden

$-\frac{mPn}{4}r$ bzw. $\varkappa\tau\{ik\bar{h}l\}$ und $-\frac{mPn}{4}l$ bzw. $\varkappa\tau\{h\bar{k}i\bar{l}\}$.

Die Formen mit gleichem Vorzeichen sind enantiomorph, rechtes und linkes Trapezoeder, die beiden rechten bezw. linken sind kongruent und unterscheiden sich nur durch ihre Stellung (Vorzeichen + oder —).

Fig. 103.

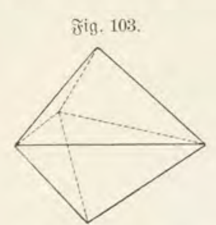
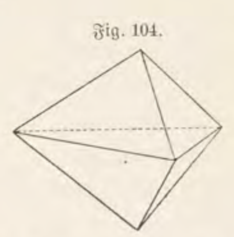
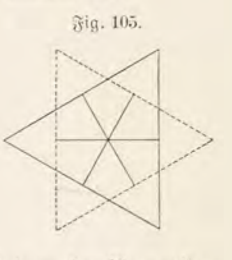


Fig. 104.



Die aus der Protopyramide durch Hemiedrie abgeleiteten Rhomboeder bleiben morphologisch unverändert.

Fig. 105.



Aus der holoedrischen Deuteropyramide entstehen zwei trigonale Pyramiden, welche in Fig. 103 und 104 abgebildet sind. Es sind sechsflächige Doppelpyramiden, deren Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck ist und deren Stellung in bezug auf die Nebenachsen aus dem Querschnitt Fig. 105 zu ersehen ist. Man unterscheidet die trigonalen Pyramiden als rechte $\frac{mP2}{2}$ r[1]) bzw. $\varkappa\tau\ \{h.h.\overline{2h}.l\}$ und linke $\frac{mP2}{2}$ l bezw. $\varkappa\tau\{2h.\bar{h}.\bar{h}.l\}$.

[1]) Man sollte eigentlich schreiben $\frac{mP2}{4}$, läßt es aber gewöhnlich bei $\frac{mP2}{2}$, da aus der Deuteropyramide bei der Tetartoedrie nur zwei korrelate Formen entstehen. Das gleiche gilt für die folgenden Formen.

Das dihexagonale Prisma ergibt zwei ditrigonale Prismen (Fig. 106), deren Querschnitt ein Sechseck mit abwechselnd gleichen Winkeln ist; die Nebenachsen gehen durch die Kanten, wie aus den Querschnitten der beiden korrelaten Formen (Fig. 107) zu ersehen. Die Bezeichnung ist $\frac{\infty P n}{2} r$ bzw. $\varkappa\tau \{k i \bar{h} 0\}$ und $\frac{\infty P n}{2} l$ bzw. $\varkappa\tau \{\bar{h} \bar{i} \bar{k} 0\}$.

Das Protoprisma ∞P (∞R) bleibt unverändert.

Das Deuteroprisma liefert zwei trigonale Prismen Fig. 108, entsprechend den trigonalen Pyramiden, ein rechtes $\frac{\infty P 2}{2} r$ bzw. $\varkappa\tau$ $\{11\bar{2}0\}$ und ein linkes $\frac{\infty P 2}{2} l$ bzw.

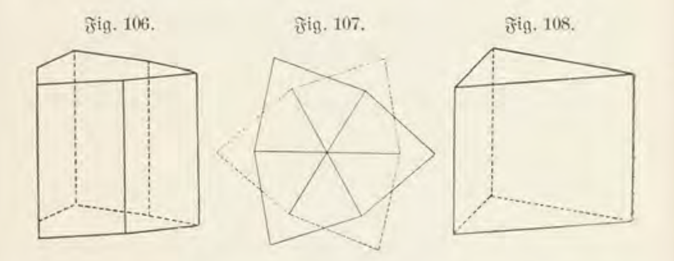


Fig. 106. Fig. 107. Fig. 108.

$\varkappa\tau \{2\bar{1}\bar{1}0\}$, deren Querschnitte gleichseitige Dreiecke sind, und deren Stellung aus Fig. 105 hervorgeht.

Als Beispiel für diese Abteilung sei der Quarz angeführt. Vielfach sind die Kristalle dieses sehr verbreiteten Minerals so ausgebildet, daß sie Kombinationen darstellen von einem herrschenden Prisma ∞R, welches an seinen Enden durch eine Pyramide begrenzt wird. Diese Pyramide ist — wie nicht selten an der verschiedenen Beschaffenheit der Flächen zu erkennen — eine Kombination von $+R$ und $-R$, wo=

bei beide Rhomboeder im Gleichgewicht sind (vgl. Fig. 109). Neben derartigen Kristallen kommen auch solche vor, wo das Rhomboeder $+R$ stärker entwickelt ist als $-R$. Der tetartoedrische Charakter ist an solchen Kristallen äußerlich nicht zu erkennen. Derselbe tritt erst dann hervor, wenn die tetartoedrischen Formen Trapezoeder und bezw. oder trigonale Pyramiden ausgebildet sind, wie das in Fig. 110 und 111 der Fall ist. In diesen Figuren ist p das Prisma ∞R, r das positive Rhomboeder $+R$, r′ das negative $-R$, x ist in Fig. 111 das positive rechte Trapezoeder $+\frac{6P\frac{6}{5}}{4}r$, s die rechte trigonale Pyramide $\frac{2P2}{2}r$, in Fig. 110 sind

Fig. 109.



Fig. 110.

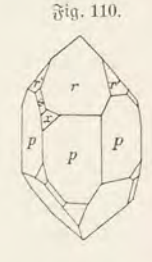
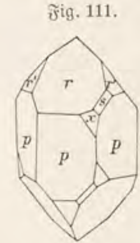


Fig. 111.



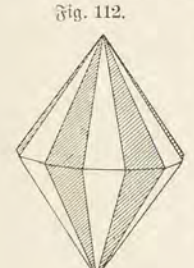
x und s die entsprechenden linken Formen also $+\frac{6P\frac{6}{5}}{4}l$ und $\frac{2P2}{2}l$. Diese beiden Kristalle unterscheiden sich auch physikalisch, indem in dem ersteren (Fig. 111) eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes nach rechts, bei dem anderen (Fig. 110) nach links erfolgt. Es gilt die allgemeine Regel, daß die rechte Pyramide und das rechte positive Trapezoeder nur bei rechtsdrehenden Kristallen auftreten. Die Flächen

derselben liegen in diesem Falle bei der üblichen Aufstellung der Kristalle rechts neben bzw. unter den Flächen von $+R$, s liegt rechts über x. Mitunter zeigt die Fläche s eine parallel der Kombinationskante rs, d. h. bei rechten Kristallen von links unten nach rechts oben verlaufende Streifung. Bei links drehenden Kristallen liegt x links unter r, s nach links über x, die Streifung auf s verläuft von rechts unten nach links oben.

Die pyramidal-hemiedrische Abteilung.

Die Ableitung dieser Hemiedrie aus der Holoedrie erfolgt in analoger Weise, wie das bei der pyramidalen Hemiedrie im tetragonalen System der Fall war. Man läßt die sechs gewöhnlichen Symmetrieebenen wegfallen und erhält dann Formen, deren Symmetrieelemente sind:

Fig. 112.

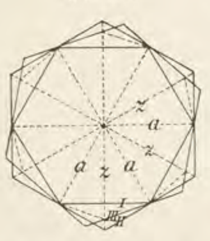


1 Symmetrieebene, d. i. die Hauptsymmetrieebene der holoedrischen Abteilung, die Basis,

1 sechszählige Symmetrieachse, d. i. die kristallographische Hauptachse.

Zentrum der Symmetrie.

Fig. 113.



Die dihexagonale Pyramide, deren Teilung nach diesem Hemiedriegesetz in Fig. 112 dargestellt ist, liefert zwei nur durch ihre Stellung verschiedene Tritopyramiden (Pyramiden III. Art). Dieselben unterscheiden sich ihrer Form nach nicht von den Pyramiden I. und II. Art, wohl aber in ihrer Stellung, wie aus Fig. 113 zu ersehen, worin die Querschnitte der hexagonalen Protopyramide (I), der Deutero-

pyramide (II) und der Tritopyramide (III) mit den Nebenachsen (a) und den Zwischenachsen (z) dargestellt sind. Die Bezeichnung der beiden korrelaten Formen ist $+\left[\frac{mPn}{2}\right]$ bzw. $\pi\{ki\bar{h}l\}$ und $-\left[\frac{mPn}{2}\right]$ bzw. $\pi\{h\bar{i}\bar{k}l\}$.

Das dihexagonale Prisma zerfällt in zwei Tritoprismen, sechsflächige Prismen, deren Stellung der der zugehörigen Tritopyramiden entspricht und deren Bezeichnung $+\left[\frac{\infty Pn}{2}\right]$ bzw. $\pi\{ki\bar{h}0\}$ und $-\left[\frac{\infty Pn}{2}\right]$ bzw. $\pi\{h\bar{i}\bar{k}0\}$ ist.

Alle anderen Formen der holoedrischen Abteilung, die Pyramiden und Prismen I. und II. Art sowie die Basis bleiben in dieser Hemiedrie morphologisch unverändert.

Als bekanntester Repräsentant dieser Abteilung ist das Mineral Apatit zu nennen, von welchem eine Kombination in Fig. 114 abgebildet ist. Herrschend ist das Prisma ∞P, welches durch die Basis $0P$ oben und unten begrenzt wird. Die Kombinationskanten zwischen $0P$ und ∞P werden durch die Pyramide P abgestumpft. Über den Kanten des Prismas liegen die größeren Flächen der Deuteropyramide $2P2$, und die links unter denselben auftretenden schmalen Flächen gehören der Tritopyramide $\frac{3P\frac{3}{2}}{2}$ an.

Fig. 114.



Eine Hemimorphie der Formen dieser Abteilung nach der Hauptachse, wobei also die Basis nicht mehr Symmetrieebene und die sechszählige Symmetrieachse, die kristallographische Hauptachse, polar ist, wurde durch Ätzversuche am Mineral Nephelin nachgewiesen.

Die rhomboedrisch-tetartoedrische Abteilung.

Wendet man auf die Formen der rhomboedrischen Abteilung die Gesetze der pyramidalen Hemiedrie an, so erhält man tetartoedrische Formen mit

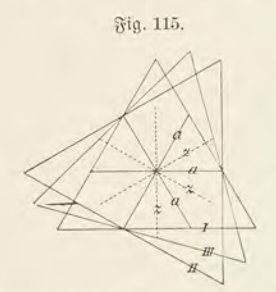


Fig. 115.

1 dreizähligen Symmetrieachse, die kristallographische Hauptachse.

Zentrum der Symmetrie.

Aus der dihexagonalen Pyramide entstehen vier Rhomboeder III. Art, welche sich nicht in ihrer Form, sondern nur durch ihre Stellung von den hemiedrischen unterscheiden. Vgl. Fig. 115, welche die Querschnitte der Rhomboeder I., II. und III. Art darstellt.

Die Bezeichnung der vier Formen ist

$$+\frac{mPn}{4}\frac{r}{l} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{ki\bar{h}l\} \text{ und } +\frac{mPn}{4}\frac{l}{r} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{h\bar{i}\bar{k}l\},$$

$$-\frac{mPn}{4}\frac{r}{l} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{ik\bar{h}l\} \text{ und } -\frac{mPn}{4}\frac{l}{r} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{h\bar{k}\bar{i}l\},$$

Die Protopyramide liefert zwei Rhomboeder I. Art:

$$+\frac{mP}{2} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{h0\bar{h}l\} \text{ und } -\frac{mP}{2} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{0h\bar{h}l\}.$$

Die Deuteropyramide liefert zwei Rhomboeder II. Art (Stellung derselben betr. vgl. Fig. 115):

$$+\frac{mP2}{2} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{h.h.\overline{2h}.l\} \text{ und } -\frac{mP2}{2} \text{ bzw. } \varkappa\pi\{2h.\bar{h}\bar{h}.l\}.$$

Das dihexagonale Prisma liefert zwei hexagonale Prismen III. Art:

$\frac{\infty P n}{2} \frac{r}{l}$ bzw. $\varkappa\pi\,\{ki\bar{h}0\}$ und $\frac{\infty P n}{2} \frac{l}{r}$ bzw. $\varkappa\pi\,\{h\bar{i}\bar{k}0\}$.

Das Prisma I. Art, das Deuteroprisma und die Basis bleiben unverändert. Die Rhomboeder III. Art werden häufig auch als Hälftflächner der Skalenoeder $\pm\frac{mRn}{2} \frac{r}{l} \frac{l}{r}$ bezeichnet; die Rhomboeder I. Art, das Protoprisma und die Basis erhalten dann die Symbole $\pm mR$, ∞R, $0R$.

Unter den Mineralien gehören dieser Abteilung z. B. Dolomit, Titaneisen und Dioptas an.

Die trigonale Hemiedrie leitet man aus der Holoedrie ab, indem man die drei durch die Nebenachsen gehenden Symmetrieebenen wegfallen läßt. Charakteristische Formen für diese Klasse, von der Vertreter noch nicht bekannt sind, sind ditrigonale und trigonale Pyramiden und Prismen.

Für die in bekannter Weise abzuleitende Hemimorphie dieser Klasse bietet der Turmalin ein Beispiel, welchen man bisher gewöhnlich als rhomboedrisch-hemimorph auffaßte.

Die trigonale Tetartoedrie ist durch trigonale Pyramiden III. Ordnung charakterisiert und aus ihr leitet sich durch Hemimorphie eine Ogdoedrie ab, bei welcher die dihexagonale Pyramide in acht verschiedene oben, bzw. unten offene einfache dreiflächige (trigonale) Pyramiden zerfällt. Im überjodsauren Natron hat man einen Vertreter dieser Klasse kennen gelernt

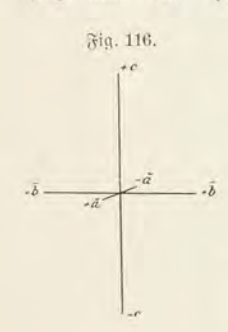
Schließlich ist noch die trapezoedrische Hemiedrie zu erwähnen, welche man aus der Holoedrie ableitet, indem

man alle Symmetrieebenen wegfallen läßt. Aus der dihexagonalen Pyramide entstehen zwei enantiomorphe hexagonale Trapezoeder, die man als rechtes $\frac{mPn}{2}r$ und linkes $\frac{mPn}{2}l$ unterscheidet. Die anderen Formen bleiben unverändert; Vertreter dieser Symmetrieklasse sind nicht bekannt.

Das rhombische System.

Das rhombische System umfaßt diejenigen Formen, welche sich beziehen lassen auf drei aufeinander senkrechte ungleichwertige Achsen. Analog den übrigen Achsenkreuzen pflegt man das rhombische (Fig. 116) so zu stellen, daß eine Achse (c) vertikal ist. Von den beiden anderen, welche horizontal sind, wird die kürzere, die sogenannte Brachyachse oder Brachydiagonale ($\breve{a}$), nach vorn gerichtet, während die längere, die Makroachse oder Makrodiagonale ($\bar{b}$), quer verläuft. Keine der drei Achsen in diesem wie in den folgenden Systemen ist eine Hauptachse, wie wir solche im tetragonalen und hexagonalen System kennen lernten. Bei Angabe des Achsenverhältnisses wird b = 1 gesetzt, also z. B. a : b : c = 0·6789 ... : 1 : 1·2345 .... In den Naumannschen Symbolen bezieht sich die vor P stehende Zahl auf die Vertikalachse, die hinter P stehende auf eine der horizontalen Achsen, und zwar wird die Brachyachse durch das

Fig. 116.



Zeichen ˘, die Makroachse durch das Zeichen ¯ kenntlich gemacht, also z. B. m P̆n, ∞ P̄n[1]).

Die holoedrische Abteilung.

Die Symmetrieelemente dieser Abteilung sind:

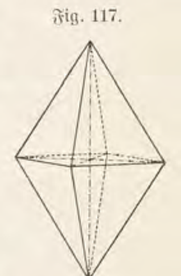
3 Symmetrieebenen, welche aufeinander senkrecht sind: die Achsenebenen;

3 zweizählige Symmetrieachsen, welche sich unter rechten Winkeln schneiden; sie sind die Schnittlinien der Symmetrieebenen und die kristallographischen Achsen.

Zentrum der Symmetrie.

Die Grundform der Abteilung, deren Flächen alle drei Achsen schneiden, ist eine achtflächige Pyramide (Fig. 117). Die Flächen sind ungleichseitige Dreiecke, die Kanten vier gleiche Mittelkanten und acht Polkanten, und zwar vier stumpfere und vier schärfere, von denen die ersteren bei der üblichen Aufstellung vorn sind. Die Zahl der Ecken ist sechs, je zwei einander gegenüberliegende sind einander gleich. Die Achsen gehen durch die Ecken, der horizontale Querschnitt ist ein Rhombus. Die Bezeichnung der primären Pyramide ist (a : b : c), bzw. P, bzw. {111}.

Fig. 117.



Auf diese lassen sich eine Reihe von „abgeleiteten" Pyramiden beziehen, deren Achsen in einem rationalen Verhältnis zu denen der primären Pyramide stehen. Und zwar bezieht sich das nicht, wie z. B. im tetragonalen System, nur auf eine, die Vertikalachse, sondern auf alle drei Achsen. Wir unterscheiden demnach: Pyramiden der vertikalen Reihe mit dem allgemeinen Symbol (a : b : mc),

[1]) Oder auch m P̆n, ∞ P̄n.

bzw. mP, bzw. {hhl}, worin $\frac{h}{l} = m$, also z. B. 2P = (a:b:2c) = {221}, eine Pyramide, deren Vertikalachse zweimal so lang ist als die der primären Pyramide P. Ferner Pyramiden der **brachydiagonalen** Reihe mit dem Zeichen (na:b:c), oder vielmehr, da sich auf jede Pyramide der vertikalen Reihe solche mit größerer Brachyachse beziehen lassen, (na:b:mc), bzw. $mP\breve{n}$, bzw. {khl}, worin h > k und $\frac{h}{l} = m$, $\frac{h}{k} = n$, z. B. (2a:b:c) = $P\breve{2}$ = {122} und (3a:b:2c) = $2P\breve{3}$ = {263}. Schließlich

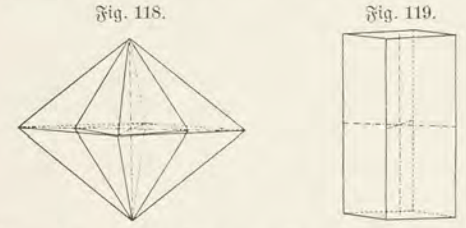


Fig. 118. Fig. 119.

Pyramiden der **makrodiagonalen** Reihe (a:nb:mc), bzw. $mP\bar{n}$, bzw. {hkl}, worin h > k, $\frac{h}{l} = m$, $\frac{h}{k} = n$, z. B. (a:2b:c) = $P\bar{2}$ = {212} (vgl. Fig. 118) und (a:3b:2c) = $2P\bar{3}$ = {623}. Es ist noch zu bemerken, daß die Zahl n im Naumannschen Zeichen immer größer sein muß als 1; der Ausdruck ($\frac{1}{2}$a:b:c), bzw. ($\frac{1}{n}$a:b:c) wird durch Multiplikation auf ganze Zahlen gebracht (a:2b:2c), bezw. (a:nb:nc), so daß es nicht heißt $P\breve{\tfrac{1}{2}}$ ($P\breve{\tfrac{1}{n}}$), sondern $2P\bar{2}$, ($nP\bar{n}$), was ja das gleiche ist.

Das rhombische **Prisma** (Fig. 119) ist eine offene Form, deren vier Flächen der Vertikalachse parallel sind

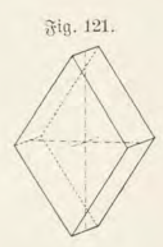
und deren Querschnitt ein Rhombus ist. Es läßt sich auffassen als eine Grenzform der Pyramiden, indem der Ableitungskoeffizient m unendlich geworden ist. Die Bezeichnung ist für das primäre Prisma $(a:b:\infty c) = \infty P = \{110\}$ und für die Prismen der brachydiagonalen Reihe, welche sich aus den entsprechenden Pyramiden ableiten, $(na:b:\infty c) = \infty P\breve{n} = \{kh0\}$, worin $h > k$, $\frac{h}{k} = n$, für die der makrodiagonalen Reihe dementsprechend $(a:nb:\infty c) = \infty P\bar{n} = \{hk0\}$, worin $h > k$, $\frac{h}{k} = n$.

Wird in den abgeleiteten Pyramiden der Ableitungs-

Fig. 120.



Fig. 121.



koeffizient $n = \infty$, so entstehen horizontale Prismen, welche man gewöhnlich als Domen bezeichnet.

Das Makrodoma (Fig. 120) ist ein Prisma, dessen Flächen der Makroachse parallel sind und dessen allgemeine Bezeichnung ist: $(a:\infty b:mc)$, bzw. $mP\bar{\infty}$, bzw. $\{h0l\}$, worin $\frac{h}{l} = m$. Die primäre Form ist $(a:\infty b:c) = P\bar{\infty} = \{101\}$.

Das Brachydoma (Fig. 121) ist ein Prisma, welches der Brachyachse parallel ist und allgemein als $(\infty a:b:mc)$,

bzw. $mP\breve{\infty}$, bzw. $\{0hl\}$ bezeichnet wird. Die primäre Form ist $(\infty a : b : c) = P\breve{\infty} = \{011\}$.

Wird für das Makrodoma der Ableitungskoeffizient m gleich ∞, so fallen die beiden vorderen und die beiden hinteren Flächen in je eine zusammen und wir erhalten ein Flächenpaar, welches der Vertikalachse und der Makroachse parallel ist, das sogenannte Makropinakoid: dasselbe begrenzt das Brachydoma Fig. 121 vorne und hinten und hat das Symbol $(a : \infty b : \infty c) = \infty P\bar{\infty} = \{100\}$.

In analoger Weise entsteht aus dem Brachydoma $mP\breve{\infty}$, wenn $m = \infty$ wird, das Brachypinakoid, welches in Fig. 120 das Makrodoma rechts und links begrenzt und $(\infty a : b : \infty c) = \infty P\breve{\infty} = \{010\}$ bezeichnet wird.

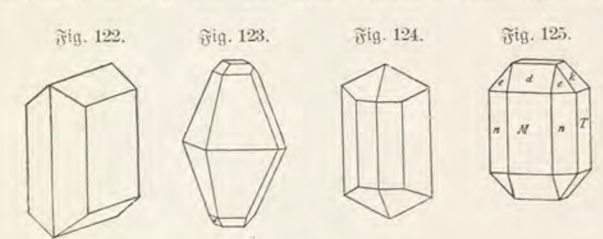
Schließlich ist noch das basische Pinakoid oder die Basis zu nennen, ein Flächenpaar, welches den beiden Horizontalachsen parallel ist und durch das Symbol $(\infty a : \infty b : c) = 0P = \{001\}$ dargestellt wird. Es ist die Form, welche das Prisma Fig. 119 oben und unten begrenzt. Die drei Pinakoide sind den Symmetrieebenen parallel.

Den Zonenzusammenhang der beschriebenen Formen: der Pyramiden, welche alle drei, der Prismen (vertikalen und horizontalen), welche zwei, und der Pinakoide, welche eine Achse schneiden, veranschaulicht folgendes Schema:

$0P$	$0P$	$0P$	$0P$	$0P$
$\frac{1}{m}P\breve{\infty}$	$\frac{1}{m}P\breve{n}$	$\frac{1}{m}P$	$\frac{1}{m}P\bar{n}$	$\frac{1}{m}P\bar{\infty}$
$P\breve{\infty}$	$P\breve{n}$	P	$P\bar{n}$	$P\bar{\infty}$
$mP\breve{\infty}$	$mP\breve{n}$	mP	$mP\bar{n}$	$mP\bar{\infty}$
$\infty P\breve{\infty}$	$\infty P\breve{n}$	∞P	$\infty P\bar{n}$	$\infty P\bar{\infty}$.

Kombinationen. Fig. 122, Aragonit: $\infty P \cdot P\breve{\infty} \cdot \infty P\breve{\infty}$. Das vertikale Prisma wird oben und unten durch das Brachydoma begrenzt, das Brachypinakoid (die rechteckige Fläche) stumpft die seitlichen (schärferen) Kanten des Prismas ab. Fig. 123, Schwefel: $P \cdot \frac{1}{3}P \cdot P\breve{\infty} \cdot 0P$. Herrschend ist die Grundpyramide, deren schärfere (seitliche) Polkanten durch das primäre Brachydoma gerade abgestumpft werden; zwischen $0P$ und P liegen mit parallelen Kanten die schmalen Flächen der abgeleiteten stumpferen Pyramide $\frac{1}{3}P$. Fig. 124, Topas: $\infty P \cdot \infty P\breve{2} \cdot P$. Das Prisma der brachydiagonalen Reihe schärft die schärferen (seitlich gelegenen) Kanten des primären Prismas zu. Fig. 125,

Fig. 122. Fig. 123. Fig. 124. Fig. 125.



Olivin: $M = \infty P\bar{\infty}$, $T = \infty P\breve{\infty}$, oben ohne Buchstaben $0P$, $n = \infty P$, $d = P\bar{\infty}$, $k = 2P\breve{\infty}$, $c = P$.

Die Hemimorphie kann man aus der Holoedrie ableiten dadurch, daß man eine Symmetrieebene wegfallen läßt. Dann wird die darauf senkrechte Achse polar und die Symmetrieelemente dieser Gruppe sind:

2 Symmetrieebenen, welche aufeinander rechtwinklig sind,

1 zweizählige polare Symmetrieachse.

Man wählt die polare Achse gewöhnlich als Vertikalachse. Dann zerfallen die holoedrischen Pyramiden, die

Domen und die Basis in eine obere und untere voneinander unabhängige Hälfte, die vertikalen Prismen und Pinakoide (∞P, $\infty P\breve{n}$, $\infty P\bar{n}$, $\infty P\breve{\infty}$, $\infty P\bar{\infty}$) bleiben unverändert. Ein Beispiel bietet Fig. 126, Kieselzinkerz, woran $c = 0P$, $m = 3P\bar{\infty}$, $d = 3P\breve{\infty}$ nur oben, $s = 2P\breve{2}$ nur unten auftreten; p ist ∞P, $b = \infty P\breve{\infty}$.

Die hemiedrische Abteilung.

Die Hemiedrie leitet man aus der Holoedrie ab, indem man die Symmetrieebenen wegfallen läßt. Es entstehen

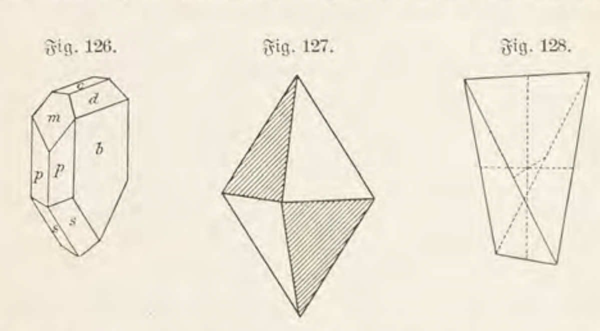


Fig. 126. Fig. 127. Fig. 128.

dann Formen mit drei zweizähligen Symmetrieachsen, welche aufeinander senkrecht stehen und mit den kristallographischen Achsen zusammenfallen. Die Teilung der rhombischen Pyramide zeigt Fig. 127; es entstehen daraus zwei rhombische Sphenoide, von denen eins in Fig. 128 dargestellt ist. Dieselben ähneln den tetragonalen Sphenoiden, unterscheiden sich aber von denselben dadurch, daß die Flächen ungleichseitige Dreiecke sind, die horizontalen Polkanten sich nicht unter rechten, sondern unter schiefen Winkeln kreuzen und die Mittelkanten abwechselnd gleich

sind. Die rhombischen Sphenoide sind enantiomorphe Formen und werden als rechtes, $\frac{mP}{2}$ r, und linkes, $\frac{mP}{2}$ l, Sphenoid unterschieden.

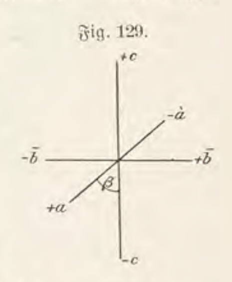
Die anderen holoedrischen Formen bleiben morphologisch unverändert.

Ein Repräsentant dieser Klasse ist das Bittersalz.

Das monokline System.

Das Achsenkreuz, auf welches die Formen dieses Systems sich beziehen lassen, besteht aus zwei sich unter schiefem Winkel kreuzenden ungleichwertigen Achsen (a und c), auf welchen eine dritte (b) ungleichwertige senkrecht steht (Fig. 129). Die letztere nennt man die Orthoachse (Orthodiagonale), und man pflegt das Achsenkreuz so zu stellen, daß diese horizontal und quer verläuft; von den beiden anderen stellt man eine vertikal und bezeichnet sie als Vertikalachse (c), während die dritte, die Klinoachse (Klinodiagonale), nach vorn abwärts gerichtet ist (a). Der Winkel zwischen beiden wird gewöhnlich mit dem Buchstaben β bezeichnet und muß, da er bei verschiedenen Substanzen verschieden ist, bei der Beschreibung neben dem Achsenverhältnis angegeben werden.

Fig. 129.



Man hat das System, da die holoedrische Abteilung nur eine Symmetrieebene hat, auch das monosymmetrische genannt. Die auf dieser Symmetrieebene senkrechte einzige Symmetrieachse wählt man zur Orthoachse, so daß deren Lage immer gegeben ist. Für die beiden schiefen Achsen a

und c nimmt man dann die Richtung zweier in der Symmetrieebene gelegener passender Kristallkanten.

In der Naumannschen Bezeichnungsweise bezieht sich die vor P stehende Zahl auf die Vertikalachse, die dahinter stehende auf eine der beiden anderen Achsen. Ist das die Klinoachse, so wird der Buchstabe P schief, mPn, ist es die Orthoachse, gerade durchstrichen, mPn.

Die holoedrische Abteilung.

Die Symmetrieelemente sind:

1 Symmetrieebene,

1 zweizählige Symmetrieachse, welche auf der Symmetrieebene senkrecht steht und mit der kristallographischen Orthoachse zusammenfällt.

Zentrum der Symmetrie.

Die monokline Pyramide (Fig. 130), d. i. diejenige Form, deren Flächen alle drei Achsen schneiden, unterscheidet sich von den Pyramiden anderer Systeme, z. B. der rhombischen, äußerlich zunächst dadurch, daß ihre Randkanten nicht in einer zur Vertikalachse senkrechten Ebene liegen, sondern in einer, welche, entsprechend der Neigung der Klinoachse, schief dazu ist. Ferner ist die achtflächige Pyramide nicht eine einfache Form, sondern eine Kombination. Die Symmetrieverhältnisse dieser Abteilung erfordern nämlich zu einer Fläche a : b : c (1) nur eine (mit Bezug auf die Symmetrieebene) symmetrisch gelegene zweite Fläche a : —b : c (2) und für diese beiden (auf Grund des Zentrums der Symmetrie) die parallelen Gegenflächen (7 und 8). Es zerfällt also die achtflächige Pyramide (a : b : c) in Fig. 130 in zwei voneinander unabhängige

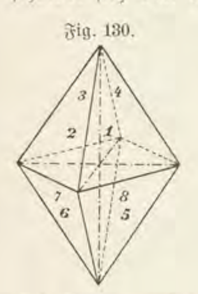


Fig. 130.

Hemipyramiden, von denen die eine die im stumpfen Winkel β liegenden Flächen

$$\left.\begin{array}{l} 1 = a:b:c = 111, \\ 2 = a:-b:c = 1\bar{1}1, \end{array}\right\} \text{vorn oben}$$

$$\left.\begin{array}{l} 7 = -a:-b:-c = \bar{1}\bar{1}\bar{1}, \\ 8 = -a:b:-c = \bar{1}1\bar{1} \end{array}\right\} \text{hinten unten}$$

umfaßt und als $-P$, bzw. $\{111\}$ bezeichnet wird, während die andere aus den im spitzen Winkel β liegenden Flächen

$$\left.\begin{array}{l} 3 = -a:-b:c = \bar{1}\bar{1}1, \\ 4 = -a:b:c = \bar{1}11, \end{array}\right\} \text{hinten oben}$$

$$\left.\begin{array}{l} 5 = a:b:-c = 11\bar{1}, \\ 6 = a:-b:-c = 1\bar{1}\bar{1} \end{array}\right\} \text{vorn unten}$$

besteht und als $+P$, bzw. $\{11\bar{1}\}$ bezeichnet wird. Jede dieser Hemipyramiden ist also eine vierflächige offene Form, welche naturgemäß nur in Kombinationen auftreten kann; dabei ist jede Hemipyramide eine selbständige, von der anderen Hemipyramide unabhängige Form.

Ebenso wie im rhombischen gibt es im monoklinen System abgeleitete Pyramiden und zwar:

Pyramiden der vertikalen Reihe:

$$+mP = \{hh\bar{l}\} \text{ und } -mP = \{hhl\},$$

Pyramiden der orthodiagonalen Reihe:

$$+m\grave{P}n = \{hk\bar{l}\} \text{ und } -m\grave{P}n = \{hkl\},$$

Pyramiden der klinodiagonalen Reihe:

$$+m\grave{P}n = \{kh\bar{l}\} \text{ und } -m\grave{P}n = \{khl\}.$$

Dabei ist hier wie im folgenden $h > k$, $\frac{h}{l} = m$, $\frac{h}{k} = n$, n stets größer als 1, wie im rhombischen System.

Das vertikale Prisma (Fig. 131) besteht aus vier der Vertikalachse parallelen Flächen. Die Bezeichnung ist für das primäre Prisma $(a:b:\infty c) = \infty P = \{110\}$, für die abgeleiteten Prismen der orthodiagonalen Reihe $(a:nb:\infty c) = \infty P n = \{hk0\}$, für die der klinodiagonalen Reihe $(na:b:\infty c) = \infty P n = \{kh0\}$.

Das Klinodoma (Fig. 132) besteht aus vier zusammengehörigen Flächen, die der Klinoachse parallel sind. Bezeichnung: $(\infty a:b:c) = P\infty = \{011\}$ und allgemein $(\infty a:b:mc) = mP\overline{\infty} = \{0hl\}$.

Das Orthodoma (Fig. 133) ist die Grenzform der Pyramiden der orthodiagonalen Reihe mPn, worin $n = \infty$,

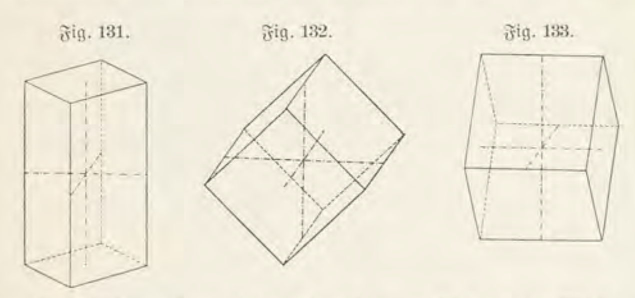


Fig. 131. Fig. 132. Fig. 133.

und besteht aus zwei voneinander unabhängigen Flächenpaaren (Hemidomen), welche der Orthoachse parallel sind und die beiden anderen Achsen schneiden. Die Bezeichnung ist $+P\infty$ bzw. $\{10\bar{1}\}$ oder allgemein $+mP\infty = \{h0\bar{l}\}$ und $-P\infty$ bzw. $\{101\}$ oder $-mP\infty = \{h0l\}$; als $+$ werden im Naumannschen Symbol die im spitzen Winkel β, also hinten oben und vorn unten gelegenen Flächen bezeichnet.

Das Klinopinakoid ist ein Flächenpaar, welches der Klinoachse und der Vertikalachse parallel ist; es begrenzt in Fig. 133 das Orthodoma rechts und links. Es ent-

spricht der Symmetrieebene und wird als $(\infty a : b : \infty c)$, bzw. $\infty P \infty$, bezw. $\{010\}$ bezeichnet.

Das Orthopinakoid ist ein Flächenpaar, welches der Orthoachse und der Vertikalachse parallel ist; in Fig. 132 begrenzt es das Klinodoma vorn und hinten. Die Bezeichnung ist $(a : \infty b : \infty c)$, bzw. $\infty P \infty$, bezw. $\{100\}$.

Das basische Pinakoid (die Basis) ist parallel der Klino- und Orthoachse. Es ist wie alle Flächen der orthodiagonalen Zone (die Orthodomen und das Orthopinakoid) senkrecht zum Klinopinakoid (der Symmetrieebene) und bildet mit dem Orthopinakoid den Winkel β. In Fig. 131 begrenzt es das Prisma oben und unten; sein Symbol ist $(\infty a : \infty b : c)$, bzw. $0P$, bzw. $\{001\}$.

Fig. 134.



Den Zonenzusammenhang der beschriebenen Formen veranschaulicht das folgende Schema:

$$
\begin{array}{ccccc}
0P & 0P & 0P & 0P & 0P \\
\frac{1}{m}P\infty & \pm\frac{1}{m}Pn & \pm\frac{1}{m}P & \pm\frac{1}{m}Pn & \pm\frac{1}{m}P\infty \\
P\infty & \pm Pn & \pm P & \pm Pn & \pm P\infty \\
mP\infty & \pm mPn & \pm mP & \pm mPn & \pm mP\infty \\
\infty P\infty & \infty Pn & \infty P & \infty Pn & \infty P\infty .
\end{array}
$$

Kombinationen. Die Vertreter dieser Abteilung sind sehr zahlreich, die Kombinationen oft sehr flächenreich. Die Bestimmung derselben ist nicht schwierig, wenn man die Lage der Symmetrieebene festgestellt hat. Fig. 134, Gips: $\infty P \cdot \infty P \infty \cdot -P$. Letzteres sind die beiden Flächen

vorn oben. Fig. 135, Augit: $\infty\bar{P}\infty \cdot \infty P \cdot \infty\grave{P}\infty \cdot \grave{P}\infty$. Die Flächen der vertikalen Zone sind das Prisma, Ortho- und Klinopinakoid, welche oben (und unten) durch das sogenannte augitische Paar, ein Klinodoma [1]), begrenzt werden. Fig. 136, Feldspat (Orthoklas). $P = 0P$ (Basis), $M = \infty\grave{P}\infty$ (Klinopinakoid), $l = \infty P$ (Prisma), $x = +\bar{P}\infty$ (positives primäres Orthodoma), $y = +2\bar{P}\infty$ (abgeleitetes positives Orthodoma), $o = +P$ (positive primäre Hemipyramide, mit parallelen Kanten zwischen $\bar{P}\infty$ und $\infty\grave{P}\infty$), $n = 2\bar{P}\infty$ (Klinodoma mit parallelen Kanten zwischen $0P$ und $\infty\grave{P}\infty$).

Hemimorphie. Die holoedrischen Formen können

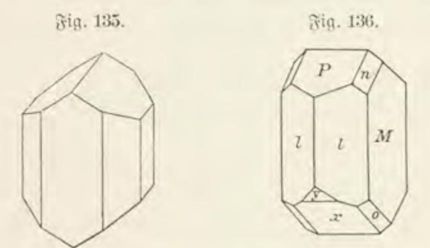


Fig. 135. Fig. 136.

hemimorph werden in bezug auf die Symmetrieachse, wobei dann die Symmetrieebene wegfällt. Es entstehen also Formen mit einer polaren zweizähligen Symmetrieachse. Das Orthopinakoid, die Orthodomen und die Basis, also die Formen, welche auf der Symmetrieebene senkrecht stehen, bleiben morphologisch unverändert, die anderen zerfallen in je eine rechte und linke voneinander

[1]) Man faßt das augitische Paar am Mineral Augit jetzt gewöhnlich als positive Hemipyramide auf; der Kristall muß dann so gedreht werden, daß die oberen Flächen nicht wie in unserer Zeichnung nach vorn, sondern nach hinten fallen.

unabhängige Hälfte. Ein sehr bekanntes Beispiel für diese Klasse ist die Weinsäure, von welcher zweierlei Arten von Kristallen vorkommen (Fig. 137, 138). An der Rechtsweinsäure tritt das Klinodoma, $q = P\infty$, nur mit seinen rechten, an der Linksweinsäure nur mit seinen linken Flächen auf. Die übrigen Formen sind $a = \infty P\infty$, $c = oP$, $r = -P\infty$, $s = +P\infty$, $p = \infty P$.

Auch für eine Hemiedrie sind unter künstlichen Kristallen organischer Verbindungen einige Vertreter bekannt geworden. Die Formen dieser Abteilung haben eine

Fig. 137.

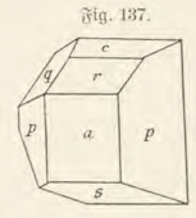
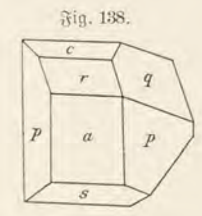


Fig. 138.



Symmetrieebene, aber kein Zentrum der Symmetrie. Danach zerfällt die holoedrische Hemipyramide $-P$ z. B. in zwei voneinander unabhängige Hälften, von denen die eine von den Flächen 1 und 2 (vgl. Fig. 130), die andere von den Parallelflächen 7 und 8 gebildet wird. In analoger Weise zerfallen alle anderen holoedrischen Formen in zwei voneinander unabhängige Hälften, nur das Klinopinakoid bleibt unverändert: es besteht aus Fläche und paralleler Gegenfläche.

Das trikline System.

Das trikline System umfaßt diejenigen Formen, welche sich beziehen lassen auf drei ungleichwertige Achsen, die

sich unter schiefen Winkeln schneiden (Fig. 139). Von diesen drei Achsen, zu welchen man geeignete Kristallkanten wählt, stellt man nach Analogie mit dem rhombischen System eine vertikal (c), von den beiden anderen die längere, die Makroachse, quer, die kürzere, die Brachyachse, nach vorn. Zur Bestimmung einer Kristallform ist außer dem Achsenverhältnis auch die Kenntnis der drei Achsenwinkel α, β, γ erforderlich.

Holoedrische Abteilung.

In dieser Abteilung ist nur ein Zentrum der Symmetrie vorhanden. Die einfache Form besteht nur aus

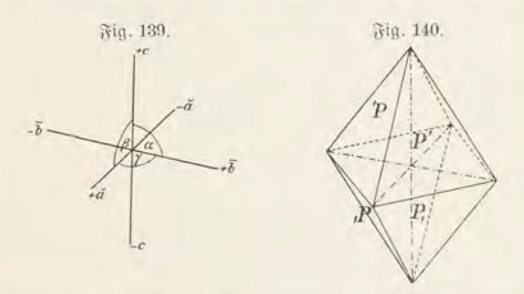
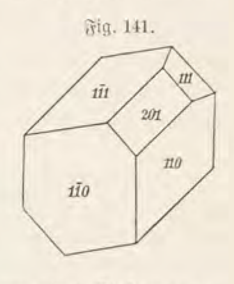


Fig. 139. Fig. 140.

Fläche und paralleler Gegenfläche, und die achtflächige Pyramide, welche in Figur 140 dargestellt ist, ist eine Kombination aus vier Viertelpyramiden oder Tetartopyramiden, von denen jede aus einem Paar paralleler Flächen besteht. Zur Bezeichnung der einzelnen Tetartopyramiden wird neben das P ein kurzer Strich gesetzt, der die Lage der vorderen Fläche derselben andeutet. P' ist die obere rechte Tetartopyramide, bestehend aus der Fläche im vorderen oberen rechten (a : b : c bzw. 111) und der dazu parallelen im hinteren unteren linken Oktanten (— a : — b : — c bzw. 111),

$'P$ ist die obere linke, $P,$ die untere rechte, $,P$ die untere linke Tetartopyramide. In der Weißschen und Millerschen Bezeichnungsweise schreibt man das Symbol für eine Fläche und setzt es in Klammern. Also für P' $(a:b:c)$ bzw. $\{111\}$, für $'P$ $(a:-b:c)$ bzw. $\{1\bar{1}1\}$ usw. Ganz analog verfährt man für abgeleitete Pyramiden, z. B. $mP' = (a:b:mc) = \{hhl\}$ und $mP'\bar{n} = (a:nb:mc) = \{hkl\}$ sowie $mP'\breve{n} = (na:b:mc) = \{khl\}$. Wie bei den Pyramiden, so herrscht auch bei den übrigen Formen des Systems, den Prismen bzw. Domen und Pinakoiden, die größte Analogie mit dem rhombischen System, nur daß jede Form nur aus einem Flächenpaar besteht. Also das trikline Prisma aus einem rechten $\infty P'$ und einem linken $\infty 'P$ (bzw. $\infty P'\breve{n}$, $\infty P'\bar{n}$ und $\infty 'P\breve{n}$, $\infty 'P\bar{n}$) Hemiprisma, das Makrodoma aus einem oberen $m'P'\bar{\infty}$ und einem unteren $m{,}P{,}\bar{\infty}$, und das Brachydoma aus einem rechten $m{,}P'\breve{\infty}$ und einem linken $m'P{,}\breve{\infty}$ Hemidoma. Die Pinakoide sind Flächenpaare, welche je zwei Achsen parallel gehen: das Makropinakoid $(\infty P\bar{\infty})$ der Vertikal- und der Makroachse, das Brachypinakoid $(\infty P\breve{\infty})$ der Vertikal- und der Brachyachse und das basische Pinakoid $(0P)$ der Makro- und der Brachyachse.

Fig. 141.

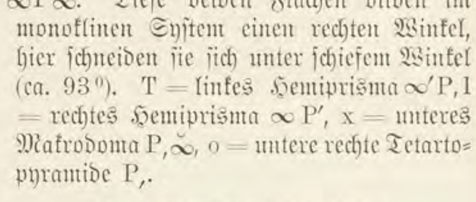


Der Zonenzusammenhang der Formen des Systems ergibt sich ohne weiteres aus dem für das rhombische System (Seite 86) gegebenen Schema.

Kombinationen. Fig. 141, Axinit: 110 ist das rechte Hemiprisma $\infty P'$, $1\bar{1}0$ das davon unabhängige linke $\infty 'P$; von Pyramiden ist an dem Kristall die Tetartopyramide P' $\{111\}$ und $'P$ $\{1\bar{1}1\}$ vorhanden, und zwischen

Pyramiden und Prismen liegt mit parallelen Kanten das obere Makrodoma $2'P'\bar{\infty}$ $\{201\}$. Fig. 142: trikliner Feldspat, (Plagioklas) ähnlich dem monoklinen (Fig. 136) ausgebildet. $P = 0P$, $M = \infty P\breve{\infty}$. Diese beiden Flächen bilden im monoklinen System einen rechten Winkel, hier schneiden sie sich unter schiefem Winkel (ca. 93°). T = linkes Hemiprisma $\infty'P$, l = rechtes Hemiprisma $\infty P'$, x = unteres Makrodoma $P,\breve{\infty}$, o = untere rechte Tetartopyramide $P,$.

Fig. 142.



Hemiedrische Abteilung.

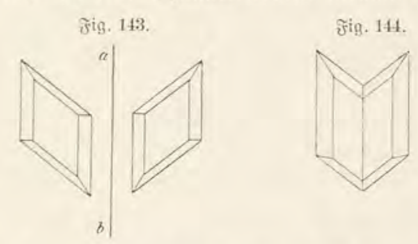
In dieser Abteilung fällt auch das Zentrum der Symmetrie fort, die Formen sind also vollständig asymmetrisch. Jede einzelne Fläche ist eine selbständige Form, die achtflächige Pyramide z. B. würde als Kombination aus acht Achtelpyramiden, ein Prisma als Kombination von vier Viertelprismen usw. aufzufassen sein. Eine solche asymmetrische Ausbildung ist bisher nur an einzelnen künstlichen Kristallen beobachtet worden.

Zwillingsverwachsungen.

Selten kommen die Kristalle als isolierte Individuen vor. Gewöhnlich sind sie zu mehreren zu Kristallgruppen verwachsen. Gleichartige Kristalle bilden dabei mitunter Zwillinge, d. h. gesetzmäßige Verwachsungen zweier Individuen in nicht paralleler Stellung. Meistens findet die Verwachsung in der Weise statt, daß die beiden Individuen symmetrisch zu einer Ebene, der sogenannten Zwillingsebene sind. Dabei erfolgt gewöhnlich noch eine Verkürzung der Individuen in der Richtung senkrecht zur Zwillingsebene, d. i. in der Richtung der sogenannten Zwillingsachse.

Fig. 143 und 144 sollen das erläutern. Fig. 143 stellt zwei monokline Gipskristalle (von der Seite gesehen) dar, welche symmetrisch stehen zur Zwillingsebene ab, d. i. das Orthopinakoid $\infty P \infty$. Dieselben verwachsen miteinander in dieser Stellung und unter entsprechender Verkürzung der Individuen und so entsteht ein Zwillingskristall vom Aussehen der Fig. 144. Man kann den Zwillingskristall auch auf die Weise aus dem einfachen Individuum ableiten, daß man sich letzteren nach der Zwillingsebene durchschnitten und die eine Hälfte gegen die andere um die Zwillingsachse (die auf der Zwillingsebene Senkrechte) um 180° gedreht denkt. Es ist einleuchtend, daß eine Symmetrieebene niemals Zwillings-

Fig. 143. Fig. 144.



ebene sein kann. Außer den Zwillingskristallen, bei welchen die Individuen nebeneinander gelagert sind (Berührungszwillinge), gibt es auch solche, bei denen sie durcheinander gewachsen sind (Durchwachsungszwillinge). Bei ersteren ist die Verwachsungsfläche häufig zugleich die Zwillingsebene; mitunter hat sie aber auch eine andere Lage oder ist sehr unregelmäßig gestaltet, was man an dem Verlauf der Zwillingsnaht, der auf Kristall- oder Spaltflächen oft deutlich sichtbaren Grenze beider Individuen, gut erkennen kann. Gewöhnlich beobachtet man an Zwillingen einspringende Winkel, welche an einfachen Kristallen nicht vorkommen; Verwachsungen von drei, vier usw. oder vielen Einzelkristallen

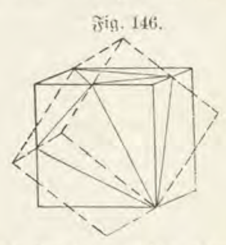
nennt man Drillinge, Vierlinge usw. oder Viellinge (polysynthetische Verwachsungen). Bei den meisten Zwillingskristallen sind die Einzelindividuen so gestellt, daß die Achsensysteme gegeneinander geneigt sind; es kommt aber bei teilflächigen Formen vor, daß zwei Individuen mit parallelen Achsensystemen in der Stellung der korrelaten Teilflächner verwachsen (vgl. z. B. die beiden Tetraeder Fig. 147, Seite 101); solche heißen Ergänzungszwillinge.

Durch die Zwillingsbildung erfolgt stets eine Erhöhung des Symmetriegrades: es bildet die Zwillingsebene eine neue Symmetrieebene oder, in den wenigen Fällen, wo

Fig. 145.



Fig. 146.



eine solche nicht vorhanden ist, die Zwillingsachse eine neue Symmetrieachse. So kann es vorkommen, daß gewisse Zwillinge die Formen einer höheren Symmetrieklasse, als sie dem Einzelkristall zukommt, annehmen. Man nennt solche Verwachsungen mimetische Kristalle. Als Beispiel sei der rhombische Aragonit angeführt, welcher Durchwachsungsdrillinge bildet, die äußerlich wie ein hexagonales Prisma aussehen.

Beispiele.

Reguläres System: Fig. 145, Magnetit: Berührungszwilling nach dem sogenannten Spinellgesetz: zwei Oktaeder sind nach der Oktaederfläche als Zwillingsebene verwachsen. Fig. 146, Flußspat: Durchwachsungzwilling aus zwei

Würfeln gebildet; Zwillingsebene gleichfalls die Oktaederfläche. Fig. 147: Durchwachsung zweier Tetraeder mit parallelen Achsensystemen (Ergänzungszwilling). Zwillingsebene, zu welcher die Individuen symmetrisch stehen, ist die Würfelfläche, welche in dieser Abteilung ja nicht Symmetrie-

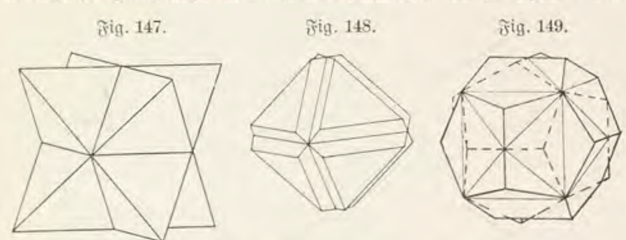


Fig. 147. Fig. 148. Fig. 149.

ebene ist. Werden die Ecken der Tetraeder durch das entsprechende Gegentetraeder abgestumpft, so entstehen Formen wie Fig. 148 „Oktaeder mit gekerbten Kanten" (Diamant). Fig. 149, sogenannter Zwilling des eisernen Kreuzes (Pyrit): Durchwachsung zweier Pentagondodekaeder mit parallelen

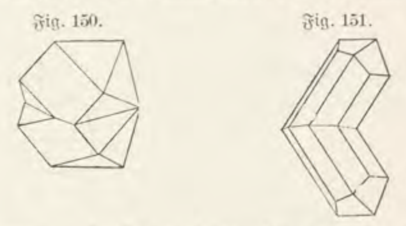
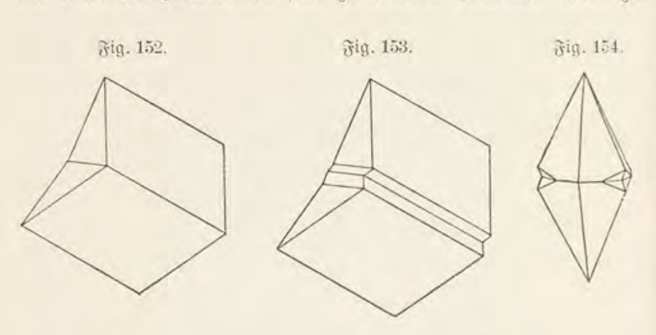


Fig. 150. Fig. 151.

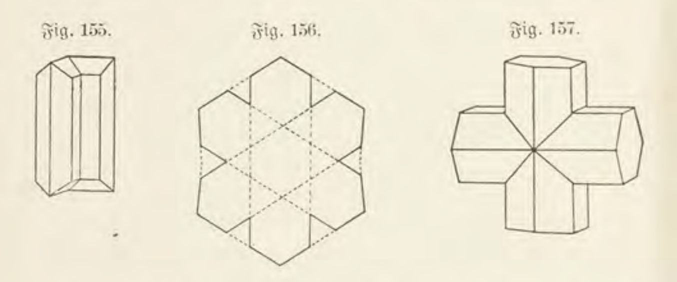
Achsensystemen. Zwillingsebene Fläche des Rhombendodekaeders.

Tetragonales System: Fig. 150: Knieförmiger Berührungszwilling des Zinnsteins ($\infty P \cdot P$), Zwillingsebene ist die Fläche der Pyramide II. Art ($P\infty$). Fig. 151: Rutil ($\infty P3 \cdot P$) nach demselben Gesetz.

Hexagonales System: Fig. 152, Kalkspat (R): Zwilling nach $-\frac{1}{2}$ R; Fig. 153 desgleichen, polysynthetisch: die mittleren Individuen sind zu dünnen Lamellen verkürzt,


Fig. 152. Fig. 153. Fig. 154.

wodurch auf der Fläche des Rhomboeders eine Streifung parallel der langen Diagonale verursacht wird. Fig. 154, Kalkspat: Skalenoeder, Zwilling nach der Basis (0 P).


Fig. 155. Fig. 156. Fig. 157.

Rhombisches System: Fig. 155, Aragonit (∞P · P$\breve{\infty}$): Berührungszwilling nach ∞P. Fig. 156, Aragonit: Schematische Darstellung der Durchwachsung dreier Individuen nach demselben Gesetz, wodurch anscheinend einfache

hexagonale Prismen entstehen. Fig. 157, Durchkreuzungszwilling des Stauroliths: Zwillingsebene ist das Brachydoma $\frac{3}{2}\breve{P}\infty$.

Monoklines System: Fig. 158, Augit: Berührungszwilling nach $\infty P\infty$. Fig. 159, Orthoklas: sogenannter Karlsbader Zwilling: Zwillingsebene ist wie beim Augit das Orthopinakoid; die Individuen sind aber von der Seite her ineinander gewachsen, d. h. Verwachsungsebene ist das Klinopinakoid ($\infty P\infty$).

Triklines System: Fig. 160, Albit: Zwillings- und Verwachsungsebene das Brachypinakoid ($\infty P\breve{\infty}$). Nach dem

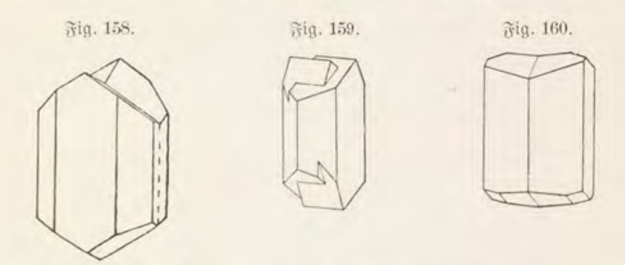


Fig. 158. Fig. 159. Fig. 160.

gleichen Gesetz finden sehr häufig polysynthetische Verwachsungen statt, woher die bei triklinen Feldspaten gewöhnliche Streifung auf der Basis rührt.

Die physikalischen Eigenschaften der Kristalle.

Wie in der Einleitung hervorgehoben wurde, zeichnen sich die kristallisierten Körper vor den amorphen dadurch aus, daß ihre physikalischen Eigenschaften im allgemeinen nicht in allen Richtungen gleich sind. Da aber diese Verschiedenheiten in vielen Fällen nur einen recht geringen Betrag ausmachen und gewöhnlich nur mittels besonderer meist ziemlich

komplizierter Apparate beobachtet werden können, haben sie trotz des großen theoretischen Interesses, welches sie darbieten, für die praktische Kristallographie zum Teil eine verhältnismäßig untergeordnete Bedeutung. Für die verschiedenen physikalischen Eigenschaften zeigen die Kristalle zwar nicht ein gleiches, aber doch ein analoges Verhalten, so daß man z. B. aus dem optischen Verhalten gewisse Schlüsse auf das thermische oder elektrische usw. ziehen kann. Es ist noch besonders hervorzuheben, daß die Symmetrie, wie wir sie für die geometrische Entwicklung der Kristalle kennen lernten, auch für ihre physikalischen Eigenschaften gewahrt bleibt.

Wir wollen hier die der Beobachtung am leichtesten zugänglichen und für das Verständnis wichtigsten Erscheinungen kurz besprechen und verweisen im übrigen auf die eingangs genannten ausführlicheren Lehrbücher.

Kohäsion.

Besonders auffallend sind die Unterschiede, welche die kristallisierten Körper in verschiedenen Richtungen in bezug auf die Art des Zusammenhaltes ihrer Teilchen, die Kohäsion, zeigen. Während bei amorphen Körpern die Kohäsion in allen Richtungen den gleichen Wert hat, ist das in kristallisierten nicht der Fall, und dies macht sich, wenn die Unterschiede hinreichend groß sind, durch eine besonders leichte Teilbarkeit senkrecht zu gewissen Richtungen, durch die sog. Spaltbarkeit bemerklich. Senkrecht zu der Richtung geringerer Kohäsion läßt sich ein Körper mehr oder weniger leicht spalten, und je vollkommener die Spaltbarkeit, desto ebener und glatter sind die Spaltflächen. Dieselben sind immer einer möglichen Kristallfläche parallel und zusammengehörigen Flächen entsprechen gleichartige Spaltflächen. Zeigen Spaltflächen ein verschiedenes Aussehen, verschiedenen

Grad der Glätte oder des Glanzes, so sind sie kristallographisch ungleichwertigen Flächen parallel. So haben z. B. beim regulären Steinsalz die drei aufeinander senkrechten Spaltflächen den gleichen Grad der Vollkommenheit, weil sie den *zusammengehörigen* Flächen des Würfels entsprechen, während die drei aufeinander senkrechten Spaltflächen des rhombischen Anhydrits verschieden in Glanz und Glätte sind, weil sie den drei aufeinander senkrechten, aber *nicht zusammengehörigen* rhombischen Pinakoiden entsprechen. Die hauptsächlichsten Spaltrichtungen in den verschiedenen Systemen sind:

im *regulären* System:	Würfel $\infty O \infty$ (Bleiglanz, Steinsalz),
	Oktaeder O (Flußspat),
	Rhombendodekaeder ∞O (Zinkblende);
im *tetragonalen* System:	Basis $0P$ (Apophyllit),
	Prisma ∞P (Rutil);
im *hexagonalen* System:	Basis $0P$ (Beryll),
	Prisma ∞P (Apatit),
	Rhomboeder R (Kalkspat);
im *rhombischen* System:	Basis $0P$ (Topas, Baryt), (nach allen drei Pinakoiden in verschiedener Vollkommenheit: Anhydrit),
	Prisma ∞P (Baryt);
im *monoklinen* System:	Klinopinakoid $\infty P \infty$ (Gips, Orthoklas),
	Basis $0P$ (Orthoklas, Glimmer),
	Prisma ∞P (Hornblende 124°, Augit 87°);

im triklinen System: Basis 0P (Plagioklas), Brachypinakoid $\infty P\breve{\infty}$ (Plagioklas).

Es gibt außer den Spaltflächen noch in manchen Kristallen Flächen, nach welchen eine besonders leichte Verschiebung der Teilchen stattfindet, sog. Gleitflächen. Man beobachtet solche Verschiebungen oder dadurch entstandene regelmäßige Risse nicht selten bei Kristallen, welche einem starken Druck (z. B. bei der Gebirgsbildung) ausgesetzt gewesen sind. Künstlich kann man solche Risse hervorbringen, wenn man einen spitzen Stahlstift auf die zu untersuchende Kristallfläche aufsetzt und einen leichten Schlag darauf führt. Es entsteht dann eine sog. Schlagfigur von bestimmter Orientierung, welche z. B. beim Glimmer (auf 0P) die Form eines aus drei sich unter 60° durchkreuzenden Rissen bestehenden Sternes hat, wobei einer der Risse der Symmetrieebene parallel ist.

Ätzfiguren.

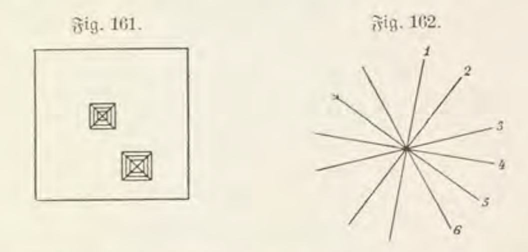
Läßt man auf eine kristallisierte Substanz ein Lösungsmittel einwirken, so wird dieselbe mehr oder weniger leicht aufgelöst und zwar in verschiedenen Richtungen verschieden rasch. War die Einwirkung von kurzer Dauer oder wegen Verdünnung des Lösungsmittels nur schwach, so entstehen auf den Kristallflächen kleine, oft nur mikroskopisch wahrnehmbare Vertiefungen, welche von mehr oder weniger ebenen aber kristallographisch orientierten Flächen begrenzt sind, sog. Ätzfiguren. Die Form derselben steht im innigsten Zusammenhang mit dem Symmetriegrad der Kristalle, so daß sie zum Mittel geworden sind, diesen Symmetriegrad festzustellen, wenn er an der äußeren Kristallform nicht wahr-

zunehmen ist. Fig. 161 zeigt in schematischer Darstellung die Ätzfiguren, welche entstehen, wenn man Wasser auf Steinsalzwürfel kurze Zeit einwirken läßt. Es sind kleine Vertiefungen in Form flacher vierseitiger Pyramiden, deren Basiskanten den Würfelkanten parallel sind: die Flächen, welche die Vertiefung begrenzen, entsprechen einem Pyramidenwürfel.

Optische Eigenschaften der Kristalle.

Allgemeines. Das Licht wird, wie bekannt, nach der Undulationstheorie als eine Bewegung des Lichtäthers aufgefaßt, welche sich nach den Gesetzen der Wellenbewegung

Fig. 161. Fig. 162.



fortpflanzt. Die Schwingungen der Ätherteilchen sind transversal, d. h. die Teilchen bewegen sich in einer Ebene, welche zur Fortpflanzungsrichtung der Welle (d. i. der „Strahl") senkrecht ist. In dieser Ebene finden beim gewöhnlichen Licht die Schwingungen in allen Richtungen statt, d. h. für Licht, welches sich beispielsweise in der Richtung senkrecht zur Ebene des Papieres fortpflanzt, hat ein Ätherteilchen die Richtung 1 (vgl. Fig. 162), ein zweites die Richtung 2, ein drittes 3 usf. Durch geeignete, später zu besprechende Vorrichtungen läßt es sich erreichen, daß die transversalen Schwingungen nur in einer Ebene statt-

finden, z. B. in der durch den Strahl und die Richtung 1 bestimmten. Solches Licht hat besondere Eigenschaften und wird polarisiertes Licht genannt. Die Ebene, in welcher die Schwingungen stattfinden, heißt die Schwingungsebene oder auch die Transversalebene; diejenige, welche dazu senkrecht steht, wird die Polarisationsebene genannt.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist im allgemeinen in verschiedenen Medien verschieden; diejenigen, in welchen sie geringer ist als in anderen, nennt man optisch dichter als die anderen. Für die verschiedenen Farben ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im luftleeren Raum die gleiche, in anderen Medien ist sie mehr oder weniger verschieden. Die Ausbreitung des Lichtes zeigt insofern Verschiedenheiten, als in manchen Medien, z. B. in Luft, Wasser die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in allen Richtungen die gleiche ist, während sie in anderen, z. B. einem großen Teil der kristallisierten Körper, in verschiedenen Richtungen verschieden ist. Erstere nennt man optisch isotrope, letztere anisotrope Substanzen. Geht in einem Medium von einem Punkte eine Lichtbewegung aus und pflanzt sie sich nach allen Richtungen ungehindert fort, so wird sie nach einer bestimmten Zeit auf einer geschlossenen Oberfläche angelangt sein, welche man als Wellenfläche bezeichnet. In einem isotropen Medium ist, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in allen Richtungen die gleiche ist, die Wellenfläche eine Kugel.

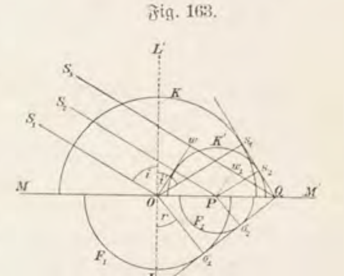
Huyghenssches Prinzip. Gesetze der Reflexion und Brechung[1]). Das Huyghenssche Prinzip besagt: „Einen jeden Punkt einer Welle kann man als einen Erregungspunkt neuer Wellen betrachten. Die gemeinschaftliche Um-

[1]) Vgl. hierzu Jäger, Theoretische Physik. II. Licht und Wärme. (Bd. 77 dieser Samml.)

hüllende dieser Wellen, der Elementarwellen, stellt die wirkliche Welle, die Hauptwelle dar." Pflanzen sich mehrere Wellen in paralleler Richtung fort, so ist die Hauptwelle, d. i. die Tangentialfläche an die einzelnen Wellenflächen, eine Ebene. Mittels des Huyghensschen Prinzips lassen sich die Gesetze der Reflexion und Brechung leicht ableiten in folgender Weise:

Auf die reflektierende Fläche MM' (Fig. 163) fallen die parallelen Strahlen $S_1 S_2 S_3$, welche zur ebenen Welle Ow gehören, auf. Der Strahl S_1 erzeugt in O eine Wellenbewegung, welche sich oberhalb MM' fortpflanzt, und welche zu der Zeit, zu welcher S_3 den Punkt Q erreicht, bis zur Oberfläche der Halbkugel K (deren Radius = wQ) fortgeschritten ist; die durch S_2 in P erzeugte Wellenbewegung hat gleichzeitig die Oberfläche K' erreicht. Die von der Fläche MM' zurückgeworfene Hauptwelle wird also jetzt repräsentiert durch die Tangentialebene, welche durch Q an K und K' gelegt wird und dieselben in den Punkten s_1 und s_2 berührt. Verbinden wir diese Punkte mit den Mittelpunkten der zugehörigen Kugeln, so erhalten wir die Richtung der reflektierten Strahlen Os_1 und Ps_2. Mittels der beiden rechtwinkligen Dreiecke QOw und Os_1Q läßt sich leicht beweisen,

Fig. 163.



daß Winkel s_1OQ = wQO bezw., wenn LL' das sog. Einfallslot senkrecht auf MM', daß $\sphericalangle i = \sphericalangle i'$, d. h. daß der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel.

Gehen die Strahlen $S_1 - S_3$ aus dem oberen Medium in das unter MM′ gelegene optisch dichtere über, so pflanzen sie sich dort mit geringerer Geschwindigkeit fort. Wir erhalten in analoger Konstruktion wie oben die Elementarwellen F_1 und F_2 mit einem der geringeren Lichtgeschwindigkeit entsprechenden kleineren Radius als K und K′ und die Hauptwelle $Q\sigma_1$. Die Richtung der Strahlen im unteren Medium ist dann $O\sigma_1$ bezw. $O\sigma_2$, und dieselbe weicht von der des Strahles S_1 ab, d. h. der Strahl wird gebrochen. Bezeichnet v die Lichtgeschwindigkeit im oberen, v′ die im unteren Medium, i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel, so ergibt sich folgendes:

$$\frac{wQ}{O\sigma_1} = \frac{v}{v'} \text{ und } \sphericalangle\, wOQ = i,\ \sphericalangle\, \sigma_1 QO = r$$

$$\frac{O\sigma_1}{QO} = \sin r,\ \frac{wQ}{QO} = \sin i,$$

woraus folgt

$$\frac{wQ}{O\sigma_1} = \frac{v}{v'} = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Der Sinus des Einfallswinkels verhält sich also zum Sinus des Brechungswinkels wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten zu der im zweiten Medium. Der gebrochene Strahl bleibt, wie sich gleichfalls leicht ergibt, in der Einfallsebene. Dies ist das gewöhnliche Brechungsgesetz, abgeleitet unter der Voraussetzung, daß isotrope Medien vorliegen.

Das Verhältnis $\frac{v}{v'}$ wird Brechungsexponent oder Brechungsindex genannt und gewöhnlich mit dem Buchstaben n bezeichnet. Man bezieht herkömmlicherweise v auf Luft und setzt dasselbe, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

des Lichtes in Luft, $= 1$; demnach gibt $n = \frac{1}{v'}$ direkt den reziproken Wert der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in dem betreffenden Körper an.

Wenn, wie in unserem Falle, v größer ist als v', so ist auch n größer als 1 und der Strahl wird, wie das in Fig. 163 der Fall war, dem Einfallslot zugebrochen, d. h. der Winkel r ist kleiner als der Winkel i. Wenn aber umgekehrt der Strahl aus einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium übergeht, also z. B. aus Glas in Luft, dann ist v kleiner als v', d. h. n ist kleiner als 1 und der Winkel r größer als der Einfallswinkel. Unter solchen Umständen wird bei einer bestimmten Größe von i der Winkel $r = 90^0$, d. h. der Strahl kann nicht mehr in das zweite Medium eindringen, sondern pflanzt sich parallel der Grenzfläche fort. Wird der Winkel i dann noch größer, so werden die Strahlen vollständig zurückgeworfen, sie erleiden totale Reflexion. Der Einfallswinkel, zu welchem, wie eben dargelegt, ein Brechungswinkel von 90^0 gehört, heißt der Grenzwinkel der totalen Reflexion, der zugehörige Strahl der Grenzstrahl. Wenn der Brechungswinkel $r = 90^0$, so wird $\sin r = 1$ und dann ist

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{1} = \frac{v}{v'} = n,$$

d. h. der Sinus des Grenzwinkels der totalen Reflexion ist gleich dem Brechungsexponenten der betreffenden Substanz.

Man hat in diesem Verhalten ein sehr bequemes Mittel, um den Brechungsexponenten zu bestimmen. Mittels eines besonderen Instrumentes, des sog. Totalreflektometers, kann der Grenzwinkel der totalen Reflexion an einer kleinen Kristallplatte leicht gemessen werden, und daraus ergibt sich

nach Obigem der Brechungsexponent. Diese Methode ist für Kristalle der gewöhnlichen, wonach man den Betrag der Ablenkung mittels eines Prismas bestimmt, deshalb vorzuziehen, weil das Material dafür leichter zu beschaffen ist, und weil man die Brechungsindices für verschiedene Richtungen an einer einzigen Platte feststellen kann, während man nach der gewöhnlichen mittels Prisma den Brechungsindex nur für eine Richtung erhält und für jede andere ein neues geeignetes Prisma herstellen muß.

Dispersion. Während im luftleeren Raum das Licht aller Farben, d. h. verschiedener Wellenlängen, mit gleicher Geschwindigkeit sich fortpflanzt, ist das in anderen Medien nicht der Fall, und infolgedessen erleiden auch die verschiedenen Farben eine verschiedene Brechung, sie werden zu einem Spektrum dispergiert; rot mit der größten Wellenlänge wird am wenigsten abgelenkt, violett mit der kleinsten Wellenlänge am meisten. Das Dispersions- oder Farbenzerstreuungsvermögen ist für verschiedene Substanzen verschieden. Besonders stark ist es z. B. beim Diamant, bei welchem der Brechungsexponent n

für rotes Licht 2·4135
„ gelbes „ 2·4195
„ grünes „ 2·4278

beträgt. Der Grenzwinkel der totalen Reflexion ist für diese Werte ca. 25°, und daraus erklärt sich das Auftreten so vieler farbiger Lichtreflexe im Innern eines mit flachen Facetten versehenen Steines.

Doppelbrechung des Lichtes im Kalkspat. Altbekannt ist die Erscheinung, daß, wenn man durch ein klares rhomboedrisches Spaltungsstück von Kalkspat nach einem

leuchtenden Punkte blickt, man denselben **doppelt** sieht. Betrachtet man die Lage der beiden Bilder (vgl. Fig. 164) genauer, so bemerkt man, daß das eine (o) in der Richtung des senkrecht einfallenden Strahles liegt, während das andere (e) in der Richtung der kurzen Diagonale der Rhomboederfläche abgelenkt ist. Dreht man nun den Kalkspat um die zur Rhomboederfläche Senkrechte (d. i. die Richtung des einfallenden Strahles), so bleibt das Bild o stehen, während e sich um dasselbe herumbewegt. Die Ablenkung erfolgt also in bezug auf den Kristall immer in der gleichen Weise, d. h. in der Richtung der kurzen Diagonale oder, wie man allgemein zu sagen pflegt, im optischen **Hauptschnitt**, d. i. in derjenigen Ebene, welche durch den einfallenden Strahl und die Hauptachse des Kristalls bestimmt ist. Den Gang der Lichtstrahlen erläutert Fig. 165. Man sieht, daß der senkrecht auffallende Strahl s beim Eintritt in den Kalkspat in zwei Strahlen zerlegt wird, wobei der eine o dem Brechungsgesetz entsprechend nicht abgelenkt wird, während der andere e abweichend davon eine Ablenkung im Hauptschnitt erfährt. Man nennt den ersten den **ordentlichen**, den anderen den **außerordentlichen** Strahl. Fällt der Strahl s schief auf die Rhomboederfläche auf, so erfolgt

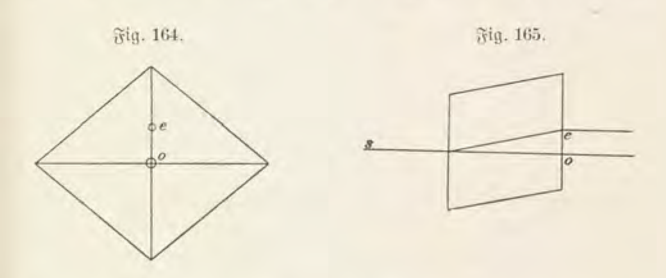
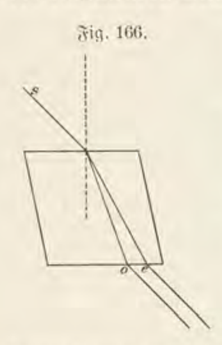


Fig. 164. Fig. 165.

wiederum eine Zerlegung in zwei Strahlen (vgl. Fig. 166), von denen o dem Brechungsgesetz gehorchend in der Einfallsebene bleibt, während e im Hauptschnitt des Kristalls abgelenkt wird, also nur dann in der Einfallsebene bleibt, wenn diese zufällig im Hauptschnitt liegt. Diese Zerlegung des einfallenden Strahles, die sogenannte Doppelbrechung, erfolgt in allen anisotropen Körpern, und das sind die Kristalle des tetragonalen, hexagonalen, rhombischen, monoklinen und triklinen Systems. Isotrop oder einfachbrechend sind nur die amorphen Körper und die Kristalle des regulären Systems. Die Kristalle des tetragonalen und hexagonalen Systems haben aber eine Richtung, in welcher sie sich verhalten wie isotrope Körper, also nicht doppelbrechend sind, das ist die Richtung der kristallographischen Hauptachse, welche man deshalb auch als optische Achse bezeichnet. Blickt man parallel der optischen Achse durch eine Kalkspatplatte, welche durch die Basisflächen begrenzt ist, hindurch, so sieht man den leuchtenden Punkt nicht doppelt, sondern einfach. Da es in tetragonalen und hexagonalen Kristallen nur eine optische Achse gibt, nennt man sie optisch einachsig.

Fig. 166.



Die beiden Strahlen o und e erfahren verschiedene Ablenkung, d. h. sie haben verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Sie haben aber noch die Eigentümlichkeit, daß sie senkrecht zueinander polarisiert sind, und zwar liegt die Schwingungsrichtung des außerordentlichen Strahls im Hauptschnitt, d. i. beim Kalkspatrhomboeder parallel der kurzen Diagonale der Fläche, während der ordentliche senk-

recht dazu schwingt, also parallel der langen Diagonale der Rhomboederfläche. Dadurch erklären sich die Erscheinungen des folgenden leicht anzustellenden Versuchs.

Läßt man durch eine kleine Öffnung in einem dunklen Schirm einen Lichtstrahl senkrecht auf die Fläche eines Kalkspatrhomboeders fallen, so wird derselbe in zwei Strahlen zerlegt und gibt die Bilder o und e — wie oben. Bringt man nun vor dieses Rhomboeder I ein zweites (II in Fig. 167) gleiches in paralleler Stellung, so erscheinen die zwei Bilder o und e in doppelter Entfernung (vgl. Fig. 168, wo Rhomboeder I durch punktierte Linien dargestellt ist). Der Strahl o ist polarisiert und schwingt parallel der langen

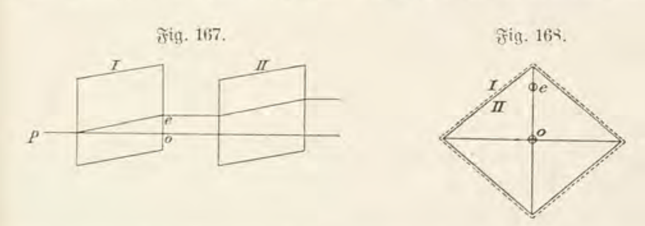


Fig. 167. Fig. 168.

Diagonale der Rhomboederfläche von I, trifft mit dieser Schwingungsrichtung auf das parallele Rhomboeder II auf, kann darin seine Schwingungsrichtung beibehalten und geht so unzerlegt und unabgelenkt als ordentlicher Strahl durch. Der außerordentliche Strahl e trifft parallel der kurzen Diagonale schwingend auf Rhomboeder II, kann gleichfalls seine Schwingungsrichtung beibehalten, wird infolgedessen ebenfalls nicht weiter zerlegt, sondern erfährt die ihm zukommende Ablenkung um den gleichen Betrag wie in Rhomboeder I. Dreht man nun aber das Rhomboeder II gegen I um die zur Rhomboederfläche Senkrechte, so fallen die Schwingungsrichtungen der aus I austretenden Strahlen nicht mehr mit dem Haupt-

schnitt und der dazu senkrechten Ebene — den „Schwingungsrichtungen" — des Kristalls II zusammen, und dann wird jeder der aus I austretenden beiden Strahlen wieder in zwei, einen ordentlichen und einen außerordentlichen, welche parallel der langen bzw. kurzen Diagonale von II schwingen,

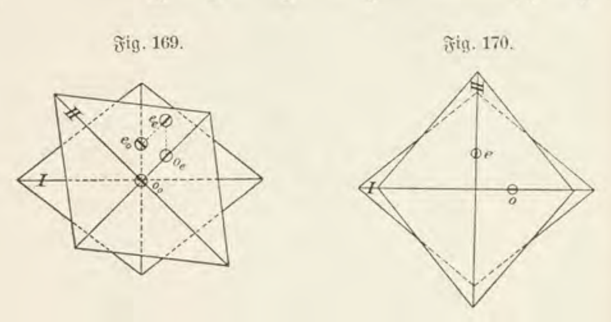
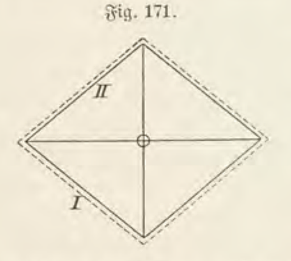


Fig. 169. Fig. 170.

zerlegt und wir erhalten vier Bilder (vgl. Fig. 169). Beträgt die Drehung 90° (vgl. Fig. 170), so erhalten wir wieder nur zwei Bilder: Die Schwingungsrichtung des Strahls o aus I ist dann parallel der kurzen Diagonale in II und der Strahl wird in II als außerordentlicher im Hauptschnitt abgelenkt, aber nicht in zwei zerlegt. Die Schwingungsrichtung von e aus I entspricht der des ordentlichen Strahls in II, er wird also nicht weiter zerlegt und nicht weiter abgelenkt. Bei weiterer Drehung entstehen

Fig. 171.

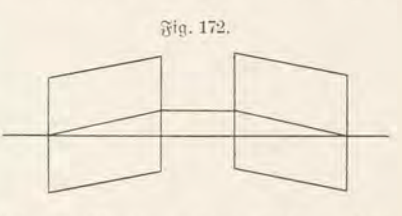


wieder vier Bilder, und wenn II gegen I um 180° gedreht ist, erscheint nur ein einziges Bild (Fig. 171), dessen Ent-

stehung aus Fig. 172 ohne besondere Erläuterung verständlich ist.

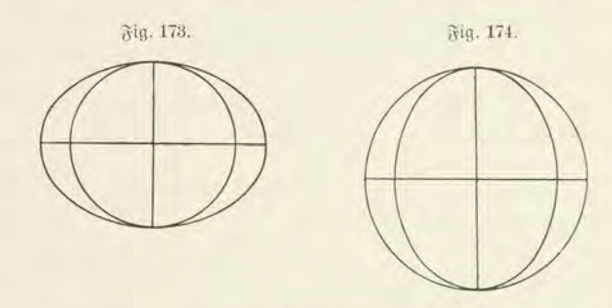
Wellenfläche einachsiger Kristalle. Wir sahen oben, daß die Wellenfläche für isotrope Substanzen, in denen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in allen Richtungen die gleiche ist, eine Kugel ist. Wenn wir nun für optisch einachsige doppelbrechende Substanzen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes für alle möglichen Richtungen mittels der Brechungsexponenten (das sind die reziproken Werte der Fortpflanzungsgeschwindigkeit) messen, so ergibt sich folgendes: Für den ordentlichen Strahl ist der Brechungsexponent in allen Richtungen gleich, d. h. für den ordentlichen Strahl ist die Wellenfläche eine Kugel. Für den außerordentlichen Strahl ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit verschieden in verschiedenen Richtungen, und zwar beim Kalkspat gleich der des ordentlichen Strahles in der Richtung der optischen Achse; in allen anderen Richtungen ist sie größer und hat ihr Maximum in der Richtung senkrecht zur optischen Achse. Dabei verhalten sich rund um die optische Achse alle Richtungen gleich, welche mit ihr einen gleichen Winkel bilden. Daraus ergibt sich, daß die Wellenfläche des außerordentlichen Strahles ein Rotationsellipsoid ist, dessen Rotationsachse parallel zur optischen Achse ist und dessen Rotationshalbmesser sich zum Äquatorialhalbmesser verhält wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des außerordentlichen Strahls in der Richtung parallel zur optischen Achse zu der in der Richtung senkrecht zur optischen Achse. Da der Durchmesser der Kugel (Wellenfläche des ordentlichen Strahls)

Fig. 172.



gleich ist der Rotationsachse des Ellipsoides, so erhalten wir die vollständige Wellenfläche des Lichtes für den Kalkspat, wenn wir die Fig. 173 um ihre kurze Achse rotieren lassen. Es entsteht dann eine Kugel, welche von einem Rotationsellipsoid umschlossen ist.

Wir kennen die Wellenfläche, wenn wir die Hauptbrechungsindices kennen, und das sind der Brechungsexponent ω für den ordentlichen Strahl und der Brechungsexponent ε für den außerordentlichen Strahl in der Richtung senkrecht zur optischen Achse. Für Kalkspat ist (für gelbes Natriumlicht) $\omega = 1\cdot6583$, $\varepsilon = 1\cdot4864$. ω ist also größer wie ε, und


Fig. 173. Fig. 174.

man nennt alle diejenigen optisch einachsigen Kristalle, bei denen das der Fall ist, optisch negativ. Es gibt nun auch solche, bei welchen das Verhältnis umgekehrt ist, bei denen also $\varepsilon > \omega$, wie z. B. der Quarz, für den $\omega = 1\cdot5442$, $\varepsilon = 1\cdot5533$. Diese heißen optisch positiv, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des außerordentlichen Strahls ist (in der Richtung der optischen Achse gleich, in allen anderen) kleiner als die des ordentlichen und ihre Wellenfläche (Fig. 174) besteht aus einem Rotationsellipsoid, welches von einer Kugel umschlossen ist.

Fig. 175 stellt den Gang der Strahlen nach der Huyghensschen Konstruktion (analog Fig. 163) in einem doppelbrechenden, optisch einachsigen negativen, Fig. 176 dasselbe für einen optisch positiven Kristall dar; o ist der ordentliche, e der außerordentliche Strahl. Man sieht, daß im negativen Kristall der ordentliche stärker von der ursprünglichen Richtung (S_1O) abgelenkt wird als der außerordentliche; letzterer wird, wie man häufig zu sagen pflegt, in bezug auf den ordentlichen von der optischen Achse (welche in unseren Figuren zugleich Einfallslot ist) weggebrochen

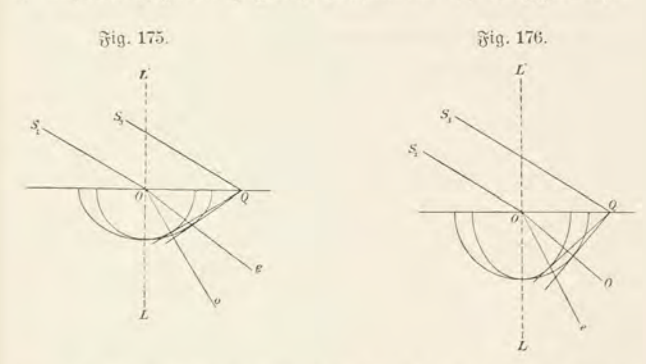


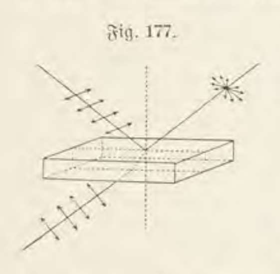
Fig. 175. Fig. 176.

(„repulsive" Kristalle), während in positiven („attraktiven") Kristallen das umgekehrte der Fall ist.

Polarisationsinstrumente. Die Unterscheidung von einfach- und doppelbrechenden Körpern sowie die Beobachtung gewisser charakteristischer Erscheinungen der doppelbrechenden Kristalle geschieht im polarisierten Licht, und es hat sich deshalb nötig erwiesen, Apparate zu konstruieren, welche die Untersuchung der Kristalle im polarisierten Lichte gestatten. Man erhält polarisiertes Licht einmal durch Reflexion und Brechung. Es hat sich gezeigt, daß dabei

immer ein Teil des Lichtes polarisiert ist, und am vollkommensten ist das der Fall, wenn das Licht auf die reflektierende Ebene unter einem bestimmten Winkel, dem Polarisationswinkel p, einfällt. Derselbe ist für verschiedene Substanzen verschieden (er beträgt z. B. für gewöhnliches Glas 55°), und es gilt zwischen ihm und dem zugehörigen Brechungswinkel p′ die Beziehung, daß $\sin p' = \cos p$, das heißt das Maximum der Polarisation tritt ein, wenn der Einfallswinkel und der Brechungswinkel zusammen 90° betragen. Das reflektierte Licht schwingt dann senkrecht zur Einfallsebene; der gebrochene Strahl ist gleichfalls teilweise polarisiert, aber senkrecht zum reflektierten, er schwingt also in der Einfallsebene (vgl. Fig. 177). Durch wiederholte Brechung an einem Glasplattensatz wird die Polarisation vollkommener. Ein weiteres bequemes Mittel zur Beschaffung polarisierten Lichtes geben uns die doppelbrechenden Kristalle; wir brauchen nur dafür zu sorgen, daß einer der beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen vernichtet wird, so erhalten wir Licht, welches nur in einer Richtung schwingt.

Fig. 177.



Dazu lassen sich z. B. die grünen oder braunen Varietäten des Minerals Turmalin verwenden; dasselbe kristallisiert in hexagonalen Prismen und hat die Eigenschaft, den einen der in ihm durch Doppelbrechung erzeugten Strahlen und zwar den senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden ordentlichen Strahl fast vollständig zu absorbieren. Geht also senkrecht zur Hauptachse Licht durch ein solches Turmalinprisma hindurch, so tritt dasselbe als außerordentlicher Strahl, d. h. im Hauptschnitt schwingend aus. Dies polari-

sierte Licht geht durch einen zweiten parallel gestellten Turmalin ohne wesentliche Absorption durch; drehen wir aber diesen zweiten Turmalin um 90°, so daß die Schwingungsrichtung der aus dem ersten Kristall austretenden Strahlen mit der Schwingungsrichtung für den ordentlichen Strahl im zweiten zusammenfällt, so werden diese Strahlen absorbiert und die beiden gekreuzten Platten erscheinen beim Durchblicken dunkel. Zur Untersuchung von Kristallen bedient man sich einer sogenannten „Turmalinzange", d. h. man hat zwei parallel der Hauptachse geschnittene Turmalinplatten in drehbaren Fassungen zangenartig verbunden, so daß die Kristallplatte leicht dazwischen geklemmt werden kann.

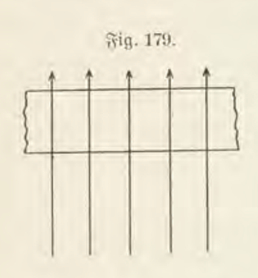
Der Turmalin aber läßt sich nur in beschränktem Maße verwenden, weil er infolge seiner dunklen Farbe zu viel Licht wegnimmt. Man bedient sich deshalb jetzt fast ausschließlich des aus farblosem Kalkspat bestehenden, nach seinem Erfinder benannten Nicolschen Prismas (oder „Nicol" schlechtweg). Dasselbe wird in folgender Weise hergestellt: Man spaltet aus möglichst klarem Kalkspat ein Rhomboeder heraus, dessen Hauptschnitt ABCD in Fig. 178 dargestellt ist. Die oberen und unteren Endflächen werden so abgeschliffen, daß sie mit den vertikalen Kanten einen Winkel von 68° (statt von 71°) bilden, das Rhomboeder dann in der Richtung BD senkrecht zum Hauptschnitt und senkrecht zu den neu angeschliffenen Flächen durchschnitten und die beiden Hälften mit Kanadabalsam (Brechungsexponent n = 1·536) wieder zusammengekittet. Fällt nun auf ein solches Prisma parallel der Längsrichtung ein Lichtstrahl s, so wird derselbe in zwei Strahlen zerlegt. Der ordentliche o erhält eine solche Richtung, daß er an

Fig. 178.



der Kanadabalsamschicht total reflektiert, auf die Seitenfläche des Prismas geworfen und dort durch eine schwarze Fassung absorbiert wird. Der außerordentliche e, welcher für den so regulierten Gang den gleichen Brechungsexponenten besitzt wie der Kanadabalsam, geht ohne Ablenkung durch das Prisma und die Kanadabalsamschicht hindurch. Es tritt also aus einem solchen Nicol nur der außerordentliche Strahl, vollständig polarisiert und im Hauptschnitt schwingend aus. Zwei solcher Prismen lassen, wenn ihre Schwingungsrichtungen (die Hauptschnitte) gekreuzt sind, gar kein Licht durch, da das aus dem ersten austretende polarisierte Licht dann im zweiten als ordentlicher Strahl hinaus reflektiert wird.

Fig. 179.

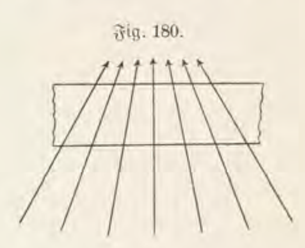


Die zur Kristalluntersuchung gebrauchten Polarisationsinstrumente sind nun so konstruiert, daß die Kristallplatte bequem zwischen zwei Nicols gebracht werden und zwischen denselben in ihrer Ebene auf einem drehbaren Objekttisch gedreht werden kann. Die Anordnung ist gewöhnlich vertikal, wie beim Mikroskop. Durch einen Spiegel wird das gewöhnliche Licht in einen Nicol, den sogenannten Polarisator geworfen, tritt aus diesem polarisiert aus, passiert dann das auf einem drehbaren Objekttisch befindliche Präparat und geht dann durch den zweiten Nicol, den Analysator. Durch eingeschaltete Linsen wird der Gang der Lichtstrahlen so geregelt, daß sie entweder alle in paralleler Richtung das Objekt durchsetzen (Fig. 179) (Beobachtung im parallelen Licht), oder daß sie konvergieren und dadurch die Erscheinungen zur Anschauung gebracht werden, welche der Kristall zeigt, wenn polarisiertes Licht gleichzeitig in mög-

lichst verschiedenen Richtungen hindurchgeht (Beobachtung im konvergenten Licht, vgl. die schemat. Fig. 180).

Erscheinungen im parallelen polarisierten Licht. Bringt man einen isotropen Körper (amorphe Substanzen oder reguläre Kristalle) auf den Objektträger eines Polarisationsinstrumentes, so wird an der Polarisation der durchgehenden Strahlen nichts geändert. Insbesondere erfährt bei gekreuzten Nicols (welche man gewöhnlich zur Beobachtung anwendet) das dunkle Gesichtsfeld keine Aufhellung, auch nicht, wenn man das Objekt in seiner Ebene dreht. Dasselbe gilt für Platten optisch einachsiger Kristalle, welche (senkrecht zur optischen Achse) parallel der Basis geschnitten sind, in denen also die Lichtstrahlen in der Richtung der optischen Achse sich fortpflanzen. Sie erscheinen zwischen gekreuzten Nicols dunkel und bleiben auch bei einer Drehung in ihrer Ebene dunkel. Anders verhalten sich Platten, welche schief oder parallel zur optischen Achse geschnitten sind. Bringen wir eine solche bei (künstlich erzeugtem) einfarbigem Licht zwischen gekreuzte Nicols, so erscheint sie im allgemeinen hell. Drehen wir sie dann in ihrer Ebene, so nimmt die Helligkeit ab, dann wird die Platte dunkel und bei weiterer Drehung allmählich wieder hell, die Helligkeit erreicht ein Maximum, nimmt wieder ab, verschwindet ganz usw. Bei einer Drehung um 360° beobachten wir viermal, immer nach je 90°, Dunkelheit („Auslöschung") und dazwischen viermal ein Maximum der Helligkeit. Zur Erklärung dieser Erscheinung vergegenwärtige man sich folgendes: Das Licht tritt aus

Fig. 180.



dem Polarisator mit einer bestimmten Schwingungsrichtung aus. Liegt der Kristall so, daß eine seiner Schwingungsrichtungen der des Polarisators parallel ist, so geht der Lichtstrahl unzerlegt und mit unveränderter Schwingungsrichtung (vergleiche den Versuch mit Kalkspat S. 112) durch und wird durch den Analysator ausgelöscht. Da der Kristall zwei aufeinander senkrechte Schwingungsrichtungen besitzt, muß das bei der vollen Umdrehung viermal geschehen. | Es erscheint dann also jedesmal der Kristall dunkel, wenn eine seiner Schwingungsrichtungen dem Hauptschnitt eines Nicols parallel ist, und da man letzteren kennt, kann man auf diese Weise die Schwingungsrichtungen (Auslöschungsrichtungen) in ihrem Charakter nach unbekannten Kristallen bestimmen. Sind aber die Schwingungsrichtungen des Kristalls schief zu denen des Nicols, so muß Helligkeit eintreten. Das aus dem Polarisator austretende Licht wird im Kristall in zwei Strahlen zerlegt, welche senkrecht zueinander schwingend auf den Analysator treffen; dort geht ein Teil als ordentlicher Strahl verloren (vermöge der Konstruktion des Nicols), ein anderer geht aber als außerordentlicher Strahl durch. Wendet man statt des einfarbigen homogenen Lichtes zusammengesetztes weißes an, so löscht die Platte aus, wie im einfarbigen Licht, wenn ihre Schwingungsrichtungen den Schwingungsrichtungen der Nicols parallel sind. In den Zwischenstellungen erscheint die Platte farbig, verschieden je nach ihrer Dicke und der Stärke der Doppelbrechung, infolge der Interferenzen, welche zwischen den beiden aus dem Kristall austretenden Strahlen stattfinden.

Erscheinungen im konvergenten Licht. Es haben für uns nur die Erscheinungen Interesse, welche eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Platte zeigt. An einer solchen beobachten wir nämlich ein sogenanntes Achsenbild, welches im einfarbigen Licht bei gekreuzten Nicols aus einem

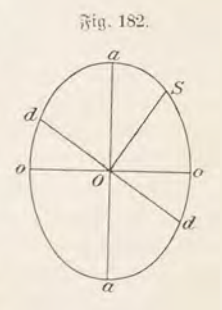
System dunkler Ringe mit einem dunklen Kreuz besteht (vgl. die schematische Fig. 181). Die Balken des Kreuzes sind parallel der Schwingungsrichtung der Nicols, durch eine Drehung der Platte in ihrer Ebene ändert sich das Bild nicht. Stellt man die Nicols parallel, so tritt an Stelle des dunklen Kreuzes Helligkeit und die dunklen Ringe liegen da, wo bei gekreuzten Nicols helle waren. Im weißen Licht erblickt man bei gekreuzten Nicols das dunkle Kreuz mit einem System farbiger Ringe; bei parallelen Nicols ist das Kreuz hell, die Farben der Ringe sind den durch gekreuzte Nicols erzeugten komplementär.

Fig. 181.



Elastizitätsflächen. Elastizitätsachsen. Um die Verhältnisse der Ausbreitung des Lichtes in doppelbrechenden Kristallen leicht übersehen zu können, bedient man sich mit Vorteil der sogenannten „Elastizitätsflächen". Dieselben sind konstruiert auf Grund der Anschauung, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit abhängig ist von der optischen Elastizität, welche in der Richtung der Lichtschwingungen, d. h. in der Richtung der Verschiebung der Ätherteilchen — also senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung — herrscht. Den Wert der optischen Elastizität leitet man ab aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, d. h. also aus den Brechungsexponenten für die entsprechenden Richtungen. Auf diese Weise ergibt sich nun für einen optisch negativen einachsigen Kristall eine Elastizitätsfläche, welche die Form eines Rotationsellipsoids hat (vgl. Fig. 182,

Fig. 182.



welche einen Hauptschnitt desselben darstellt), dessen Rotationsachse aa mit der optischen Achse zusammenfällt und die *längere* Achse ist. Denn sie gibt die Schwingungsrichtung und die optische Elastizität an für den im Hauptschnitt schwingenden außerordentlichen Strahl, welcher sich senkrecht zur optischen Achse, also in der Richtung oo fortpflanzt und (wie aus der Wellenfläche Fig. 173 S. 118 ersichtlich) die größte Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat. Die Schwingungsrichtung des parallel oo sich fortpflanzenden ordentlichen Strahls ist senkrecht zum Hauptschnitt, d. h. senkrecht zur Papierebene und senkrecht zu aa, und die optische Elastizität wird, da der Querschnitt des Ellipsoids ein Kreis ist, durch den Durchmesser oo angegeben. Um die Schwingungsrichtung und die Verhältnisse der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einer beliebigen Richtung z. B. SO festzustellen, hat man nur senkrecht zu dieser Richtung eine Ebene dd durch den Mittelpunkt des Ellipsoids zu legen. Dieselbe schneidet die Elastizitätsfläche in einer Ellipse, und Schwingungsrichtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit werden angegeben durch die Hauptachsen derselben, in unserem Falle für den außerordentlichen Strahl durch die im Hauptschnitt liegende Achse Od, für den ordentlichen durch die senkrecht dazu (und senkrecht auf der Papierebene) stehende Achse, welche gleich Oo ist. Je mehr die Richtung OS sich der Richtung aa (der optischen Achse (nähert, desto geringer wird der Unterschied zwischen Od und Oo, bis schließlich für OS ‖ aa Od = Oo wird, d. h. keine Doppelbrechung mehr stattfindet. Für optisch positive Kristalle (vgl. die Wellenfläche Fig. 174 auf S. 118) hat das Elastizitätsellipsoid die inverse Form, d. h. die Rotationsachse ist die kürzere, der Äquatorialdurchmesser die längere Achse (Fig. 183).

Elastizitätsfläche optisch zweiachsiger Kristalle. Für die Kristalle des *rhombischen, monoklinen* und

triklinen Systems ist die Elastizitätsfläche ein dreiachsiges Ellipsoid, welches drei aufeinander senkrechte Hauptachsen hat, von denen die eine XX der größten, die andere ZZ der kleinsten und die dritte YY einer mittleren Elastizität entspricht. Die durch die drei Achsen bestimmten Ebenen sind die Symmetrieebenen des Ellipsoids und heißen Hauptschnitte. Der durch die Achsen X (größte Elastizität) und Z (kleinste Elastizität) bestimmte Hauptschnitt ist in Fig. 184 dargestellt. Schwingungsrichtungen und Verhältnisse der Fortpflanzung erhalten wir hier ebenfalls, indem wir senkrecht zu der Richtung der Strahlen einen Schnitt durch den Mittelpunkt des Ellipsoids gelegt denken; die entstehenden

Fig. 183.

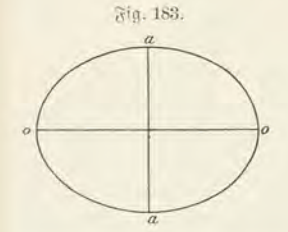


Fig. 184.



Ellipsen geben durch ihre Achsen Schwingungsrichtung und Elastizität an. Alle Schnitte durch das Ellipsoid sind Ellipsen bis auf zwei, welche Kreise sind. Die Schnittlinien derselben mit dem Hauptschnitt XZ sind in Fig. 184 durch die Graden $m_1 m_1$ und $m_2 m_2$ angegeben; die Länge $O m_1$ bzw. $O m_2$ ist gleich der (senkrecht zur Papierebene stehenden) Achse mittlerer Elastizität OY. In der Richtung normal zu diesen Kreisen haben die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und man bezeichnet diese Richtungen ($s_1 s_1$ und $s_2 s_2$), weil sie eine gewisse Analogie mit der optischen Achse der einachsigen Kristalle zeigen,

als die optischen Achsen und die Kristalle dieser Art als die optisch zweiachsigen. Die Elastizitätsachsen XX und ZZ halbieren die Winkel der optischen Achsen, und man nennt diejenige Elastizitätsachse, welche den spitzen Winkel halbiert, die spitze Bisektrix oder 1. Mittellinie, die, welche den stumpfen halbiert, die stumpfe Bisektrix oder 2. Mittellinie. Die optischen Achsen liegen, wie leicht einzusehen, immer im Hauptschnitt XZ, die Achse mittlerer Elastizität steht senkrecht auf diesem, d. h. auf der Ebene der optischen Achsen, und heißt auch die optische Normale. Die Lage der optischen Achsen, d. i. die Größe ihres Winkels, ist in verschiedenen Substanzen verschieden. Man nennt optisch positiv diejenigen, bei denen die spitze Bisektrix Achse kleinster Elastizität, optisch negativ diejenigen, bei welchen die spitze Bisektrix Achse größter Elastizität ist.

Die Wellenfläche zweiachsiger Kristalle ist ein kompliziertes Gebilde, auf welches hier nicht weiter eingegangen werden kann.

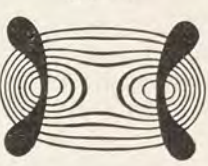
Erscheinungen zweiachsiger Kristalle im polarisierten Licht. Was zunächst die Erscheinungen im parallelen Licht angeht, so ist hervorzuheben, daß es im Gegensatz zu den einachsigen Kristallen bei den zweiachsigen keine Schnitte gibt, welche bei der Drehung zwischen gekreuzten Nicols vollständig dunkel bleiben. Platten, welche senkrecht zu einer optischen Achse geschnitten sind, kommen nur in seltenen Fällen zur Beobachtung, da die optischen Achsen nicht mit den leicht festzustellenden kristallographischen Hauptrichtungen zusammenfallen; sie erscheinen zwischen gekreuzten Nicols hell und behalten bei der Drehung ihre Helligkeit bei. Alle anderen erscheinen hell bzw. farbig und löschen bei der Drehung aus, wenn eine ihrer Schwingungsrichtungen der Schwingungsrichtung eines Nicols parallel ist. Im konvergenten Licht bieten die am meisten charakteristische

Erscheinung Platten, welche senkrecht zur spitzen Bisektrix geschnitten sind. Eine solche Platte zeigt zwischen gekreuzten Nicols im einfarbigen Licht ein Achsenbild, von welchem die Fig. 185 eine schematische Darstellung gibt. Die Platte befindet sich dabei in der Stellung, daß die Ebene der optischen Achsen der Schwingungsrichtung eines Nicols parallel ist. Wir erkennen ein dunkles Kreuz, dessen Balken den Schwingungsrichtungen der Nicols parallel sind. Diejenigen Stellen, wo die in der Richtung der optischen Achsen durch den Kristall gehenden Strahlen austreten, sind von dunklen ovalen Ringen umgeben, welche von einer Anzahl dunkler Lemniskaten umschlossen werden. Das Bild zeigt

Fig. 185.



Fig. 186.



Symmetrie nach der Ebene der optischen Achsen, welche dem Hauptschnitt XZ entspricht, und der darauf senkrechten, dem Hauptschnitt YZ. Dreht man nun die Platte in ihrer Ebene, so ändert sich das Bild insofern, als das Kreuz zu zwei Hyperbeln auseinandergeht. Fig. 186 zeigt das Achsenbild in der sogenannten Diagonalstellung, d. h. in der Stellung, in welcher die Ebene der optischen Achsen mit den Schwingungsrichtungen der Nicols einen Winkel von 45° einschließt. Die Scheitelpunkte der Hyperbeln bezeichnen die Stellen, wo die optischen Achsen austreten; die Entfernung derselben voneinander ist deshalb nur abhängig von der

Größe des Winkels der optischen Achsen, aber unabhängig von der Dicke der Platte, welche bei einachsigen und zweiachsigen Kristallen die Entfernung der dunklen Kurven beeinflußt. Dreht man dann weiter, so gehen die Hyperbeläste wieder zusammen, bis bei 90° wieder das Kreuz der Anfangsstellung entsteht. Dieses Sichöffnen des dunklen Kreuzes ist eine für die zweiachsigen Kristalle äußerst charakteristische Erscheinung, und sie gestattet die Unterscheidung von einachsigen Kristallen — bei denen bei der Drehung das Kreuz unverändert bleibt — auch dann, wenn das Achsenbild wenig deutlich ist. Im weißen Licht erblickt man das dunkle Kreuz bzw. die Hyperbeln wie im einfarbigen, die Kurven sind aber farbig.

Nur andeutungsweise sei hier auf die Dispersion der optischen Achsen und der Elastizitätsachsen hingewiesen. Wir sahen oben (S. 112), daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und demgemäß die Ablenkung bei der Brechung für Licht verschiedener Farben verschieden ist. Daher entsteht die bekannte Erscheinung des Spektrums, und daher kommen die bunten Interferenzfarben, welche wir bei der Beobachtung doppelbrechender Kristalle im polarisierten Licht wahrnehmen, wenn wir statt des einfarbigen homogenen zusammengesetztes, also z. B. weißes Tageslicht zur Beleuchtung anwenden. Bei den einachsigen Kristallen fällt die optische Achse für alle Farben mit der kristallographischen Hauptachse (der Hauptsymmetrieachse) zusammen. Bei den zweiachsigen dagegen ist die Lage der optischen Achsen abhängig von der Größe der Elastizitätsachsen, d. h. von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Es ist also einleuchtend, daß die Lage der optischen Achsen für verschiedene Farben eine verschiedene sein muß, und so haben wir bei allen zweiachsigen Kristallen eine Dispersion der optischen Achsen. Aber auch die Elastizitäts-

achsen haben — abgesehen von ihrer verschiedenen Größe — eine verschiedene Lage für verschiedene Farben. Nur im rhombischen System ist ihre Lage, vermöge der Symmetrieeigenschaften, für alle Farben die gleiche — sie fallen mit den kristallographischen Achsen (den Symmetrieachsen) zusammen. Im monoklinen System, wo nur eine Symmetrieachse vorhanden ist, hat auch nur eine Elastizitätsachse (welche mit der Symmetrieachse zusammenfällt) die gleiche Lage für alle Farben, während die anderen beiden und ihnen entsprechend die optischen Achsen für die verschiedenen Farben mehr oder weniger dispergiert sind. Im triklinen System endlich haben alle Elastizitäts- und die optischen Achsen für verschiedene Farben verschiedene Richtungen. Und während im monoklinen System die Dispersion noch das Vorhandensein einer Symmetrieebene erkennen läßt, ist sie im triklinen vollständig asymmetrisch. Die Art der Dispersion erkennt man leicht an der Farbenverteilung, welche das Achsenbild im weißen Licht zeigt, doch würde ein näheres Eingehen darauf uns hier zu weit führen.

Zirkularpolarisation. Manche Substanzen haben die Eigenschaft, die Polarisationsebene des Lichtes zu drehen. Bringt man ein Präparat einer solchen Substanz im parallelen einfarbigen Lichte zwischen gekreuzte Nicols, so erscheint dasselbe nicht — wie es normalerweise der Fall sein sollte — dunkel, sondern hell, und die Dunkelheit tritt erst ein, wenn man den einen Nicol gegen den anderen um einen bestimmten Winkel dreht. Dieser Winkel heißt der Drehungswinkel und ist für verschiedene Substanzen verschieden. Bei gleicher Substanz ist er proportional der Dicke der Platte und bei gleicher Plattenstärke am größten für violettes, am kleinsten für rotes Licht. Derselbe beträgt z. B.

	B	D	F	H
für die Frauenhoferschen Linien	B	D	F	H
für eine 1 mm dicke Platte von chlorsaurem Natron	2,27°	3,13°	4,67°	7,17°
für eine desgleichen von Quarz	15,75	21,54	32,76	51,19.

Ein solches Drehungsvermögen besitzen eine Anzahl von Flüssigkeiten (Zuckerlösung) und von den Kristallen einige einfachbrechende (z. B. das regulär tetartoedrische chlorsaure Natron) und einige einachsige (Zinnober, Quarz).

Bei Flüssigkeiten und einfach brechenden Kristallen findet die Drehung in allen Richtungen in gleicher Weise statt, bei den doppelbrechenden nur in der Richtung der optischen Achse. Von den meisten zirkularpolarisierenden Kristallen sind zwei Modifikationen bekannt, von denen die eine nach rechts, die andere um den gleichen Betrag nach links dreht, so z. B. beim Quarz, wo die rechtsdrehenden Kristalle sich von den linksdrehenden auch äußerlich, durch das Auftreten der rechten bzw. linken tetartoedrischen Formen unterscheiden (vgl. S. 77). Im konvergenten Licht zeigen die doppelbrechenden zirkularpolarisierenden Kristalle ein Achsenbild, welches sich von dem gewöhnlichen nur dadurch unterscheidet, daß der mittelste Teil des dunklen Kreuzes — innerhalb des ersten Ringes — fehlt und statt dessen die Farbe auftritt, welche im parallelen Licht die ganze Platte zeigt.

Im zusammengesetzten weißen parallelen polarisierten Licht tritt auch, wenn man den Analysator dreht, keine Dunkelheit ein, da der Drehungswinkel für verschiedene Farben verschieden ist. Es ändern sich aber bei der Drehung des Nicols die Farben, und zwar folgen dieselben bei einem rechtsdrehenden Kristall in der Reihenfolge des Spektrums, wenn man nach rechts, bei einem linksdrehenden, wenn man nach links dreht. Im weißen konvergenten Licht ver-

hält sich das Mittelfeld in analoger Weise, während die anderen Teile des Achsenbildes nicht vom gewöhnlichen abweichen.

Legt man eine rechts- und eine linksdrehende Platte eines doppelbrechenden zirkularpolarisierenden Kristalls aufeinander, so zeigen sich im konvergenten Licht im Mittelfeld eigentümliche dunkle Kurven, welche man als Airysche Spiralen bezeichnet.

Für die Erklärung der Zirkularpolarisation interessant ist die Tatsache, daß, wenn man eine Anzahl von Glimmerplatten (Glimmer ist optisch zweiachsig) wendeltreppenartig übereinander schichtet, die Mitte einer solchen Kombination die gleichen Erscheinungen zeigt, wie ein zirkularpolarisierender Kristall.

Absorption des Lichtes in Kristallen. In allen Körpern wird ein Teil des eindringendrn Lichtes vernichtet — „absorbiert". Ist die Absorption gering, so ist der Körper durchsichtig, ist sie stark, so wird er undurchsichtig; ist sie für alle Farben gleich, so erscheint er im durchfallenden Lichte farblos, ist sie für verschiedene Farben verschieden, so erscheint er farbig. Für die Absorption gelten analoge Gesetze wie für die Fortpflanzung des Lichtes. In isotropen Körpern ist sie in allen Richtungen gleich stark. In einachsigen Kristallen ist sie verschieden für den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl, für ersteren in allen Richtungen gleich, für letzteren verschieden, je nach der Neigung zur optischen Achse. In der Richtung der optischen Achse ist die Absorption für beide Strahlen gleich, in der Richtung senkrecht dazu ist das Maximum der Verschiedenheit. Besonders deutlich ist die Erscheinung bei farbigen Kristallen, welche in verschiedenen Richtungen verschiedene Farben zeigen, weshalb man sie als Dichroismus oder richtiger Pleochroismus bezeichnet. So ist z. B. beim Turmalin, in welchem der ordentliche Strahl

fast vollständig absorbiert wird, der Unterschied der Farbe parallel und senkrecht zur optischen Achse schon mit bloßem Auge sichtbar. Um geringere Unterschiede zu beobachten, bedient man sich des Haidingerschen Dichroskops, vermittels dessen man die Farben beider Strahlen nebeneinander sehen kann, oder eines Nicolschen Prismas, durch welches man erst die Strahlen der einen und dann nach entsprechender Drehung die der anderen Schwingungsrichtung prüft. In zweiachsigen Kristallen ist die Absorption in allen Richtungen verschieden und es gibt eine Achse größter, kleinster und mittlerer Absorption, welche aufeinander senkrecht sind, analog den Elastizitätsachsen. Beispiele für besonders starken Pleochroismus bieten der Dichroit oder Cordierit (gelbbraun — hellblau — dunkelblau) und der Glaukophan (hellbraungelb — violett — ultramarinblau).

Optische Charakteristik der Kristallsysteme. Es wurde schon verschiedentlich darauf hingewiesen, daß die Kristalle verschiedener Systeme sich optisch verschieden verhalten. Das Wichtigste ist im folgenden zusammengestellt:

Regulär. Die Kristalle des regulären Systems sind isotrop. Zwischen gekreuzten Nicols bleiben im parallelen Licht alle Schnitte in allen Richtungen dunkel; im konvergenten Licht kein Achsenbild.

Tetragonal und hexagonal. Die Kristalle beider Systeme verhalten sich optisch gleich. Sie sind doppelbrechend, optisch einachsig, die optische Achse ist parallel der kristallographischen Hauptachse.

Platten parallel der Basis (senkrecht zur optischen Achse) bleiben bei gekreuzten Nicols im parallelen Licht dunkel, im konvergenten Licht zeigen sie ein Achsenbild (Fig. 181, S. 125).

Platten parallel einer Fläche der Prismenzone zeigen bei gekreuzten Nicols im parallelen Licht gerade Aus-

löschung (parallel und senkrecht zur Prismenkante). Platten parallel einer Pyramidenfläche löschen parallel und senkrecht zur Mittelkante aus, eine Auslöschungsrichtung halbiert den Winkel an der Polecke; auf der Rhomboederfläche findet diagonale Auslöschung statt. (Fig. 187 zeigt die Auslöschungsrichtungen auf verschiedenen Flächen eines tetragonalen Kristalls; Fig. 188 auf den Flächen eines Rhomboeders.)

Rhombisch. Doppelbrechend, zweiachsig. Die optischen Elastizitätsachsen sind parallel den kristallographischen Achsen (Symmetrieachsen). Die Ebene der optischen Achsen ist parallel einer der Flächen der drei Pinakoide. Die Aus-

Fig. 187. Fig. 188. Fig. 189.



löschung[1]) ist gerade (d. h. parallel den Kanten) auf den Flächen der Pinakoide, Prismen und Domen, schief auf den Pyramidenflächen. Kein Schnitt bleibt dunkel. (Vgl. Fig. 189.)

Monoklin. Doppelbrechend, zweiachsig. Eine der optischen Elastizitätsachsen ist parallel der Orthoachse: ist es die mittlere (optische Normale), so ist die Ebene der optischen Achsen parallel dem Klinopinakoid (der Symmetrieebene); ist es eine der Bisektrizen, so ist sie senkrecht zum Klinopinakoid. Die Auslöschung ist auf den Flächen

[1]) Bezieht sich hier wie im folgenden auf paralleles polarisiertes Licht.

der orthodiagonalen Zone (Orthopinakoid, Orthodomen, Basis) gerade, d. h. parallel oder senkrecht zu einer zur Orthoachse parallelen oder normalen Kante; auf den Flächen der Prismen, Pyramiden und Klinodomen ist die Auslöschung schief. Das Maximum der Schiefe findet sich auf dem Klinopinakoid, auf symmetrisch liegenden Flächen sind auch die Auslöschungsrichtungen symmetrisch. Kein Schnitt bleibt dunkel. Fig. 190 veranschaulicht diese Verhältnisse.

Fig. 190.



Triklin. Doppelbrechend, zweiachsig. Zwischen optischer Orientierung und kristallographischen Richtungen bestehen keinerlei Beziehungen.

Thermische Eigenschaften der Kristalle.

Was zunächst die Wärmestrahlung angeht, so sind deren Verhältnisse durchaus analog denen der Lichtstrahlung. Die Wärmestrahlen werden reflektiert, einfach und doppelt gebrochen, polarisiert und absorbiert, wie die Lichtstrahlen; daß die quantitativen Verhältnisse für die Wärme im allgemeinen andere sind, als für das Licht, braucht wohl kaum hervorgehoben zu werden. Die optisch einfachbrechenden Kristalle sind auch für die Wärme einfachbrechend. In den optisch einachsigen Kristallen werden auch die Wärmestrahlen doppelt gebrochen und senkrecht zueinander polarisiert; nur in der Richtung der optischen Achse findet keine Doppelbrechung statt. Quarz dreht auch die Polarisationsebene der Wärmestrahlen. Ebenso scheinen sich zweiachsige Kristalle gegen Wärme analog zu verhalten wie gegen Licht.

Die Absorption der Wärmestrahlen ist in manchen Substanzen sehr stark; so läßt z. B. der ganz durchsichtige Kali-

alaun so gut wie keine Wärme durch, d. h. er ist adiatherman. Lösungen von Kalialaun werden deshalb vielfach angewandt, um empfindliche Objekte vor Einwirkung der Wärme zu schützen. Zu den für Wärme am besten durchlässigen (diathermanen) Substanzen gehört Chlornatrium, Chlorkalium und das undurchsichtige Chlorsilber.

Verhältnismäßig leicht zu bestimmen sind die Verhältnisse der Wärmeleitung nach einer von Senarmont angegebenen Methode. Man überzieht die zu untersuchende Kristallfläche mit einer dünnen Schicht von Wachs und erwärmt dann eine Stelle der Kristallfläche mittels einer heißen Metallspitze. In der Umgebung der Spitze schmilzt das Wachs und aus der Form der geschmolzenen Partie, welche von der isothermischen Kurve begrenzt wird, läßt sich die Art der Ausbreitung der Wärme erkennen. Bei einfachbrechenden Kristallen ist die isothermische Kurve auf allen Flächen ein Kreis, d. h. die Wärme pflanzt sich in allen Richtungen in gleicher Weise fort. Bei optisch einachsigen Kristallen entsteht nur auf der Basis ein Kreis, auf den anderen Flächen Ellipsen, deren lange oder kurze Achse im Hauptschnitt liegt. Die optische Achse ist also auch eine thermische Achse. Bei optisch zweiachsigen Kristallen gibt es eine Richtung größter, kleinster und mittlerer Wärmeleitung, welche aufeinander senkrecht sind.

Gleichfalls von der Kristallform abhängig ist die Ausdehnung durch die Wärme. Alle Körper ändern bei einer Temperaturänderung ihr Volumen, die meisten dehnen sich bei steigender Temperatur aus. Bei amorphen Körpern und regulären Kristallen ist die Volumenänderung in allen Richtungen die gleiche, bei doppelbrechenden einachsigen Substanzen hat sie ein Maximum oder Minimum in der Richtung der optischen Achse, ein Minimum oder Maximum senkrecht dazu, bei zweiachsigen Kristallen sind drei auf-

einander senkrechte Richtungen die Achsen größter, kleinster und mittlerer Ausdehnung. Es ist einleuchtend, daß bei allen Kristallen, bei welchen die Ausdehnung in verschiedenen Richtungen verschieden ist, die Neigungswinkel gewisser Kristallflächen, z. B. der Pyramidenflächen, sich ändern müssen. Im allgemeinen sind diese Änderungen innerhalb der geringen Schwankungen, welche die Temperatur der Luft erfährt, so gering, daß sie mit unseren Instrumenten kaum zu bestimmen sind. Mittels besonders konstruierter Kristallerhitzungsapparate hat man aber doch solche Änderungen der Kristallwinkel in verschiedenen Fällen konstatieren können.

Von besonderem Interesse ist der Einfluß der Wärme auf die optischen Eigenschaften. In den meisten Körpern nimmt mit Erhöhung der Temperatur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu, bzw. der Brechungsexponent ab und auch dabei zeigt sich wieder ein verschiedenes Verhalten bei den drei Klassen der isotropen, einachsigen und zweiachsigen Kristalle. Während bei den ersten die Änderung in allen Richtungen gleich ist, ist das bei einachsigen nur in den Richtungen der Fall, welche gleiche Winkel mit der optischen Achse einschließen. Die Änderung der Brechungsexponenten ω und ε ist verschieden, beim Quarz z. B. nehmen sie mit steigender Temperatur ab, beim Kalkspat zu und zwar ε stärker als ω. Für optisch zweiachsige Kristalle ist die Änderung der Brechungsindizes in drei aufeinander senkrechten Richtungen verschieden. So zeigt z. B. bei steigender Temperatur Gips in der Richtung der größten Ausdehnung durch Wärme die größte, der mittleren Ausdehnung durch Wärme die mittlere, der kleinsten Ausdehnung durch Wärme die kleinste Abnahme des Brechungsexponenten.

Naturgemäß ändert sich mit den Brechungsindizes auch der Winkel der optischen Achsen. Beim Gips liegt die

Ebene der optischen Achsen in der Symmetrieebene. Für rotes Licht ist der Winkel

$$
\begin{array}{rlll}
2E = & 75^0\ 58' & \text{bei} & 47^0 \\
 & 59^0\ 19' & \text{„} & 71{,}5^0 \\
 & 39^0\ \ 1' & \text{„} & 95{,}5^0 \\
 & 0^0 & \text{„} & 116^0.
\end{array}
$$

Bei 116° erscheint also der Gips für rotes Licht einachsig, bei höherer Temperatur wird er wieder zweiachsig, die Ebene der optischen Achsen liegt dann aber senkrecht zur Symmetrieebene. Auch bei manchen Feldspaten (Sanidin) ändert sich die Lage der Ebene der optischen Achsen beim Erhitzen.

Einfluß des Druckes auf die optischen Eigenschaften. Optische Anomalien. Durch Druck oder Zug können isotrope Substanzen doppelbrechend werden. So beobachtet man in Gläsern, welche gepreßt werden oder in denen infolge rascher Abkühlung innere Spannungen entstanden sind, zwischen gekreuzten Nicols im parallelen Licht Streifensysteme, welche mit den im konvergenten Licht erzeugten Achsenbildern der Kristalle eine gewisse Ähnlichkeit haben. Sie unterscheiden sich von letzteren, abgesehen davon, daß sie im parallelen Licht auftreten, dadurch, daß sie an den Ort gebunden sind — also mit einer Parallelverschiebung der Platte ihre Lage im Gesichtsfeld des Instrumentes ändern, was bei den Kristallachsenbildern, die von der Richtung abhängig sind, nicht der Fall ist. Reguläre Kristalle werden durch Druck doppelbrechend; einachsige bleiben einachsig, ändern aber die Stärke der Doppelbrechung, wenn sie in der Richtung der optischen Achse gepreßt werden, und werden zweiachsig, wenn der Druck in anderen Richtungen wirkt. Bei zweiachsigen Kristallen ändert sich der Winkel der optischen Achsen, so daß

ein solcher Kristall unter Umständen für eine bestimmte Farbe einachsig erscheinen kann.

Die optischen Anomalien, welche manche amorphe Körper und verschiedene Kristalle zeigen, sind in vielen Fällen auf solche Druck- oder Spannungserscheinungen zurückzuführen.

Magnetische und elektrische Eigenschaften der Kristalle.

Die magnetischen und elektrischen Eigenschaften der Kristalle stehen im großen und ganzen ebenso im Einklang mit den optischen wie die thermischen. Es sollen hier nur kurz die Erscheinungen der Pyroelektrizität erörtert werden. Manche Kristalle haben nämlich die Eigenschaft, bei einer Temperaturänderung elektrisch zu werden, und zwar derart, daß in bezug auf eine bestimmte Richtung im Kristall, die sogenannte elektrische Achse, der eine Pol entgegengesetzte Elektrizität zeigt wie der andere. Da die Symmetrie, wie wir sie für die geometrischen Eigenschaften kennen lernten, auch für die physikalischen gewahrt bleibt, so fällt eine solche elektrische Achse immer mit einer polaren geometrischen Achse zusammen. Man nennt die Erscheinung Pyroelektrizität, und denjenigen Pol, der bei der Abkühlung nach vorhergegangener Erhitzung negativ wird, den analogen, den, der bei der Abkühlung positiv wird, den antilogen. Die Elektrizität tritt nur auf bei Änderung der Temperatur, und verschwindet, sobald die Temperatur konstant wird. Sie ist an beiden Polen gleich stark und gehört nicht einer bestimmten Stelle der Oberfläche an; sie ist unabhängig von der Länge des Kristalls in der Richtung der elektrischen Achse und proportional dem Betrag der Temperaturänderung, sowie dem Querschnitt des Kristalls.

Um die Verteilung der Elektrizität an den Kristallen gut sichtbar zu machen, bedient man sich des folgenden Verfahrens: Man erhitzt den Kristall im Luftbade und bestäubt ihn dann mit einem Gemenge von Schwefel und Mennige mittels eines blasebalgähnlichen „Bestäubers“, in dessen Mundstück ein Netz eingesetzt ist. Dabei wird der gelbe Schwefel negativ elektrisch und setzt sich am positiven, die rote Mennige wird positiv und setzt sich am negativen Pol fest. Die bekanntesten Beispiele für diese Erscheinungen bieten Turmalin, bei welchem die kristallographische Hauptachse die elektrische Achse und in den meisten Fällen der flächenärmere Pol der analoge ist, und der regulär tetraedrische Boracit, in welchem die trigonalen Achsen die elektrischen Achsen sind; benachbarte Würfelecken zeigen dabei entgegengesetztes elektrisches Verhalten.

Register.

KRISTALL-MODELLE

I. Kristallmodelle in Birnbaum-Holz.

1. **Kleine Sammlungen mit besonderer Berücksichtigung des mineralogischen Unterrichts auf höheren Schulen:**
   A. Samml. v. 30 Mod. in der Grösse v. 5 cm = M. 20.—, 10 cm = M. 55.—
   B. „ „ 50 „ „ „ „ „ 5 „ = „ 36.—, 10 „ = „ 100.—
2. **Vollständigere Lehr-Sammlungen:** Enthaltend die holoëdrischen, hemiëdrischen und tetartoëdrischen Formen, unter gleichzeitiger Hinzufügung der, der neuen, besond. v. Groth (Physikal. Kristallographie 1894) und Liebisch (Grundr. der physikal. Kristallographie 1896) angenommenen Einteilung entsprechenden Bezeichnungen, zusammengestellt von Prof. Dr. C. Hintze in Breslau.
   C. Samml. v. 80 Mod. in d. Grösse v. 5 cm = M. 72.—, 10 cm = M. 210.—
   D. „ „ 150 „ „ „ „ „ 5 „ = „ 142.—, 10 „ = „ 425.—
3. **Sammlung für goniometrische Übungen:** Diese Sammlung enthält für Übungszwecke besonders geeignete, einfache Kristallmodelle, die teils die gleichwertigen Flächen in ungleichem Zentralabstande zeigen, teils in ihren Kombinationsverhältnissen eine pseudosymmetrische Entwickelung darstellen, so dass das System erst unter Anwendung des Anlegegoniometers bestimmt werden kann; zusammengest. v. Prof. Dr. J. Hirschwald, Charlottenburg.
   E. Sammlung von 56 Modellen verzerrter und pseudosymmetrischer Kristallformen in der Grösse von 5 cm = M. 45.—
4. **Petrographisch-kristallographische Sammlung** zur kristallographischen Erläuterung der petrographisch wichtigsten Mineralien nach der „Mikroskopischen Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien“ von H. Rosenbusch, Stuttgart 1893; zusammengestellt von Prof. Dr. K. Busz in Münster.
   F. Sammlung von 100 Modellen in der Grösse von 5 cm = M. 95.—
   Für den Gebrauch dieser Modelle können einfache Einlegegoniometer aus Messing zum Preise von je M. 2.50 geliefert werden.
5. **Grössere Sammlungen nach den Spezialkatalogen der Professoren Dr. P. Groth in München** und **Dr. C. Hintze in Breslau.**

II. Kristallmodelle in Tafelglas.

mit eingezogenen farbigen Achsen zur Erläuterung der Achsenrichtungen in verschiedenen Systemen. Die Grösse dieser Modelle beträgt je nach ihrer Form 15—25 cm; sie eignen sich daher vorzüglich zu Demonstrationen vor einem grossen Auditorium. Die Modelle sind aus fehlerfreiem Spiegelglas angefertigt; die einzelnen Scheiben sind an den Seiten abgeschliffen, so dass sie in scharfen Kanten aneinander stossen, wodurch die Modelle sowohl an Korrektheit als an Fertigkeit und elegantem Aussehen gewinnen. Die Scheiben sind durch schmale Bänder von schwarzem Kaliko miteinander verbunden.

1. **Kleine Unterrichtssammlung von 15 Modellen,** enthalt. einige der wichtigsten Grundformen der 6 Kristallsysteme, mit eingezogenen farb. Achsen bezw. mit eingeschl. Grundformen aus Kart. = M. 36.—
2. **Vollständigere Sammlungen:**
   A. Sammlung von 30 Modellen, enth. die einfachen Grundformen der 6 Kristallsysteme, mit eingezog. farb. Achsen = M. 90.—
   B. Sammlung von 34 Modellen, enthaltend die einfachen hemiëdrischen und tetartoëdrischen Formen mit eingeschlossener holoëdrischer Grundform aus Pappe = M. 150.—
   C. Sammlung von 60 Modellen zur Demonstration einfacher Kombinationen holoëdrischer, hemiëdrischer und tetartoëdrischer Formen der gewöhnlichsten hemimorphen Kristalle sowie der Zwillingsbildungen (die Zwillingsindividuen drehbar um die Zwillingsachse) zusammengestellt von Prof. Dr. K. Busz in München. Preis dieser Sammlung von 60 Modellen = M. 300.—

Sammlung Göschen

Je in elegantem Leinwandband **80 Pf.**

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, Leipzig.

Pflanzenreich, Das. Einteilung des gesamten Pflanzenreichs mit den wichtigsten und bekanntesten Arten von Dr. F. Reinecke in Breslau und Dr. W. Migula, Professor an der Techn. Hochschule Karlsruhe. Mit 50 Figuren. Nr. 122.

Pflanzenwelt, Die, der Gewässer von Dr. W. Migula, Prof. an der Techn. Hochschule Karlsruhe. Mit 50 Abbildungen. Nr. 158.

Philosophie, Einführung in die. Psychologie und Logik zur Einführ. in die Philosophie von Dr. Th. Elsenhans. . Mit 13 Fig. Nr. 14.

Photographie. Von Prof. H. Keßler, Fachlehrer an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit 4 Tafeln und 52 Abbild. Nr. 94.

Physik, Theoretische, I. Teil: Mechanik und Akustik. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 19 Abbild. Nr. 76.

— — II. Teil: Licht und Wärme. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. Mit 47 Abbild. Nr. 77.

— — III. Teil: Elektrizität und Magnetismus. Von Dr. Gustav Jäger, Prof. an der Universität Wien. Mit 33 Abbild. Nr. 78.

Physikalische Formelsammlung von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Nr. 136.

Plastik, Die, des Abendlandes von Dr. Hans Stegmann, Konservator am German. Nationalmuseum zu Nürnberg. Mit 23 Tafeln. Nr. 116.

Poetik, Deutsche, von Dr. K. Borinski, Dozent an der Universität München. Nr. 40.

Posamentiererei. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Direktor der Königl. Techn. Zentralstelle für Textil-Ind. zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

Psychologie und Logik zur Einführ. in die Philosophie, von Dr. Th. Elsenhans. Mit 13 Fig. Nr. 14.

Psychophysik, Grundriß der, von Dr. G. F. Lipps in Leipzig. Mit 3 Figuren. Nr. 98.

Rechnen, Kaufmännisches, von Richard Just, Oberlehrer an der Öffentlichen Handelslehranstalt der Dresdener Kaufmannschaft. I. II. III. Nr. 139. 140. 187.

Rechtslehre, Allgemeine, von Dr. Th Sternberg in Charlottenburg. I: Die Methode. Nr. 169.

— II: Das System. Nr. 170.

Redelehre, Deutsche, v. Hans Probst, Gymnasiallehrer in München. Mit einer Tafel. Nr. 61.

Religionsgeschichte, Indische, von Professor Dr. Edmund Hardy in Bonn. Nr. 83.

— — siehe auch Buddha.

Religionswissenschaft, Abriß der vergleichenden, von Prof. Dr. Th. Achelis in Bremen. Nr. 208.

Russisch-Deutsches Gesprächsbuch von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Prag. Nr. 68.

Russisches Lesebuch mit Glossar von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Prag. Nr. 67.

— — siehe auch: Grammatik.

Sachs, Hans, u. Johann Fischart, nebst einem Anhang: Brant und Hutten. Ausgewählt und erläutert von Prof. Dr. Julius Sahr. Nr. 24.

Schmarotzer u. Schmarotzertum in der Tierwelt. Erste Einführung in die tierische Schmarotzerkunde v. Dr Franz v. Wagner, a. o. Prof. a. d. Univers. Gießen. Mit 67 Abbildungen. Nr. 151.

Schulpraxis. Methodik der Volksschule von Dr. R. Seyfert, Schuldir. in Ölsnitz i. V. Nr. 50.

Simplicius Simplicissimus von Hans Jakob Christoffel v. Grimmelshausen. In Auswahl herausgegeb. von Professor Dr. F. Bobertag, Dozent an der Universität Breslau. Nr. 138.

Soziologie von Prof. Dr. Thomas Achelis in Bremen. Nr. 101.

Spitzenfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Direktor der Königl. Technischen Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Figuren. Nr. 185.

Sprachdenkmäler, Gotische, mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen v. Dr. Herm. Jantzen in Breslau. Nr. 79.

Sprachwissenschaft, Indogermanische, von Dr. R. Meringer, Prof. an der Universität Graz. Mit einer Tafel. Nr. 59.

— **Romanische,** von Dr. Adolf Zauner, k. k. Realschulprofessor in Wien. Nr. 128.

Stammeskunde, Deutsche, von Dr. Rudolf Much, Privatdozent an d. Universität Wien. Mit 2 Karten und 2 Tafeln. Nr. 126.

Statik, I. Teil: Die Grundlehren der Statik starrer Körper von W. Hauber, diplom. Ingenieur. Mit 82 Fig. Nr. 178.

— — II. Teil: Angewandte Statik. Mit zahlreichen Figuren. Nr. 179.

Stenographie. Lehrbuch der Vereinfachten Deutschen Stenographie (Einigungssystem Stolze-Schrey) nebst Schlüssel, Lesestücken und einem Anhang von Dr. Amsel, Oberlehrer des Kadettenhauses in Oranienstein. Nr. 86.

Stereochemie von Dr. E. Wedekind, Privatdozent in Tübingen. Mit 34 Abbildungen. Nr. 201.

Stereometrie von Dr. R. Glaser in Stuttgart. Mit 44 Figuren. Nr. 97.

Stilkunde von Karl Otto Hartmann, Gewerbeschulvorstand in Lahr. Mit 7 Vollbildern und 195 Text-Illustrationen. Nr. 80.

Technologie, Allgemeine chemische, von Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. Nr. 113.

Telegraphie, Die elektrische, von Dr. Ludwig Rellstab. Mit 19 Fig. Nr. 172.

Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Max Gürtler, Dir. der Königlichen Techn. Zentralstelle für Textil-Industrie zu Berlin. Mit 27 Fig. Nr. 185.

Tierbiologie I: Entstehung und Weiterbildung der Tierwelt, Beziehungen zur organischen Natur von Dr. Heinrich Simroth, Professor an der Universität Leipzig. Mit 33 Abbildungen. Nr. 131.

— II: Beziehungen der Tiere zur organischen Natur von Dr. Heinrich Simroth, Prof. an der Universität Leipzig. Mit 35 Abbild. Nr. 132.

Tierkunde v. Dr. Franz v. Wagner, Professor an der Universität Gießen. Mit 78 Abbildungen. Nr. 60.

Trigonometrie, Ebene und sphärische, von Dr. Gerh. Hessenberg, Privatdoz. an der Techn. Hochschule in Berlin. Mit 70 Figuren. Nr. 99.

Unterrichtswesen, Das öffentliche, Deutschlands i. d. Gegenwart von Dr. Paul Stötzner, Gymnasialoberlehrer in Zwickau. Nr. 130.

Urgeschichte der Menschheit v. Dr. Moritz Hoernes, Prof. an der Univ. Wien. Mit 48 Abbild. Nr. 42.

Versicherungsmathematik von Dr. Alfred Loewy, Prof. an der Univ. Freiburg i. B. Nr. 180.

Völkerkunde von Dr. Michael Haberlandt, Privatdozent an der Univers. Wien. Mit 56 Abbild. Nr. 73.

Volkslied, Das deutsche, ausgewählt und erläutert von Professor Dr. Jul. Sahr. Nr. 25.

Volkswirtschaftslehre v. Dr. Carl Johs. Fuchs, Professor an der Universität Freiburg i. B. Nr. 133.

Volkswirtschaftspolitik von Geh. Regierungsrat Dr. R. van der Borght, vortr. Rat im Reichsamt des Innern in Berlin. Nr. 177.

